

時間計測による乱流拡散現象の解析

広島大学工学部 正 員 ○ 細 田 尚
 広島大学工学部 正 員 余越 正一郎

1. はじめに； 本研究は、開水路自由表面上の固体粒子の乱流拡散現象を時間計測により検討する。その前に、乱流拡散方程式の時間に関するモーメント特性について簡単に述べる。次に時間計測装置と実験の概要を示し、得られた結果の考察を行う。

2. 乱流拡散方程式の時間に関するモーメント特性； 二次元の乱流拡散方程式を考える。用いている座標系を Fig.1 に示す。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (1)$$

ただし、 z 方向の平均流速を 0 としている。(1)式を z に関して水路幅にわたって積分する。 U を定数と考え、 $\int_{-B/2}^{B/2} C \, dz$ を C と再定義すれば

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (2)$$

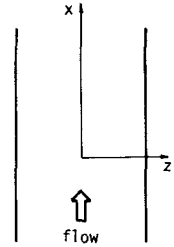


Fig. 1 座標系

となる。(2)式に t^n を乗じ、0 から ∞ まで積分すれば次式が得られる。 $\{ C_{tn} = \int_0^\infty t^n C \, dt \}$

$$D_x \frac{d^2 C_{t0}}{dx^2} - U \frac{d C_{t0}}{dx} = 0, \quad D_x \frac{d^2 C_{tn}}{dx^2} - U \frac{d C_{tn}}{dx} + n C_{t(n-1)} = 0 \quad (n=1 \sim \infty) \quad (3)$$

これは Tsai・Holley¹⁾ が移流分散現象の解析に用いた時間に関するモーメント方程式と同様のものであり、初期条件 $x=0$ で $C_{t0}=\alpha, C_{t1}=\beta, C_{t2}=\gamma, C_{t3}=\delta$ として次のような解が得られる。

$$\begin{aligned} C_{t0} &= \alpha, \quad C_{t1} = \frac{\alpha}{U} x + \beta, \quad C_{t2} = \frac{\alpha}{U^2} x^2 + \left(\frac{2D_x \alpha}{U^3} + \frac{2\beta}{U} \right) x + \gamma, \\ C_{t3} &= \frac{\alpha}{U^3} x^3 + \left(\frac{6D_x \alpha}{U^4} + \frac{3\beta}{U^2} \right) x^2 + \left(\frac{12D_x^2 \alpha}{U^5} + \frac{6D_x \beta}{U^3} + \frac{3\gamma}{U} \right) x + \delta \end{aligned} \quad (4)$$

上式より分散 σt^2 、ひずみ度 s は次式となる。もちろん(5)式は(2)式の瞬間源の解に Glover²⁾

$$\sigma t^2 \cong \frac{2D_x x}{U^3}, \quad s \cong 3\sqrt{2} \sqrt{\frac{D_x}{Ux}} \quad (5) \quad \text{の積分を適用しても導かれる。}^{3), 4)}$$

3. 時間計測装置と実験の概要； 時間計測装置は Fig.2 に示したような単純なものである。すなはち、水路断面に光ファイバー・センサー（高電工業製 OS-1F・T）により光を通し、フロートに立てた棒がこの光を切る時にでる電圧パルスにより Digital Clock (10ms) または Universal Counter (1ms) を同時に作動させ、下流断面の光を切る度に一台ずつ停止させ、通過時間を計測した。

使用した水路は幅 25cm、長さ 10m、勾配 1/500 である。実験の水理諸量 Table 1 に示す。

4. 実験結果の考察； (1) 平均流速。平均流速は断面間の距離を x 、一回の試行の通過時間を t_i として $\langle U \rangle = \frac{x}{\sum_{i=1}^n (x/t_i)} / n$ より求められ、全断面を平均すれば Run 1 38.11 cm/s, Run 2 30.74 cm/s, Run 3 22.59 cm/s となった。 $\langle U \rangle = x / \left(\sum_{i=1}^n t_i / n \right)$ として計算した場合もこれとほとんど一致した。

(2) 分散の成長と乱流拡散係数。 $\sigma t^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{n}$ より求めた分散と距離の関係を Fig.3 に示した。流下とともに直線で増加して行く。この領域の勾配より(5)式を用いて D_x を求めると Run 1 1.82 cm²/s, Run 2 0.76 cm²/s, Run 3 0.57 cm²/s となった。ただし、 $d=1.2$ cm の場合である。

(3) 乱れ強さとひずみ度。 $\langle u'^2 \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n (x/t_i - \langle U \rangle)^2}{n}$ より計算した乱れ強さと距離の関係を Fig.4 に示す。粒径にかかわらず $x \rightarrow 0$ のとき一定値に収束していることがわかる。

ひずみ度は いったん増加して減少する傾向を示すが、Fig. 5 に示した Run 2 の $d=1.2$ cm の場合、流下とともに負の値をとっている。これは、粒子の確率密度関数の t が大きい領域での挙動が、(2)式の解と実験結果とで異なっているためと考えられる。

(4) 粒径効果の定量的評価。 岩佐・今本等⁵⁾ が時間に関して行った平滑化と同様に空間に関する平滑化を行い

$$u_d'(x,t) = \frac{1}{d} \int_{x-d/2}^{x+d/2} u_f'(x,t) dx$$

の空間相関関数を考え、流体の乱れ速度 u_f' の相関関数に指数関数を用いれば、

$$\frac{\langle u_d'^2 \rangle}{\langle u_f'^2 \rangle} = 2 \frac{d/L + \exp(-d/L) - 1}{(d/L)^2} \quad (L; \text{積分スケール}) \quad (6)$$

となり、スペクトル表示に $-5/3$ 乗則を用いれば、

$$\frac{\langle u_d'^2 \rangle}{\langle u_f'^2 \rangle} = 4 \int_0^\infty \frac{\sin^2(\pi(d/L)k')}{(\pi(d/L)k')^2} \cdot \frac{1}{(1+(2\pi k'A)^{5/3})^{5/3}} dk' \quad (A=6/2\pi) \quad (7)$$

となる。 $\langle u_f'^2 \rangle$ 、 L としてたとえば

浅野⁶⁾の実験式を用いて実験結果の $\langle u_f'^2 \rangle$ の収束値と(6),(7)式を比較したのがFig.6である。実験値は(6),(7)式よりもかなり小さく、 $\langle u_f'^2 \rangle$ の評価に問題があると考えられる。

(参考文献) 1)Tsai・Holley;ASCE,HY12,1978 2)Glover;Geological Survey Professional paper, 433-B,1964 3)道上,村本,伊丹;第22回水講,1978 4)岩佐,細田,野口;土木学会関西支部,1980 5)岩佐,今本,井上,白砂;第11回水講,1967 6)浅野;京大学位論文,1980

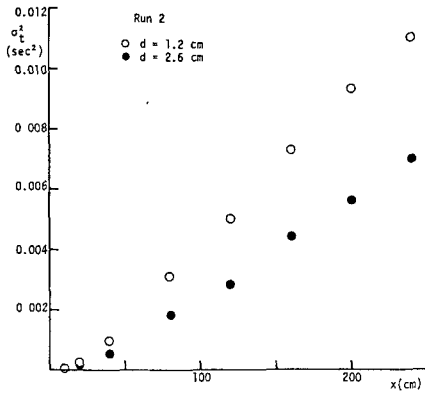


Fig. 3 分散と距離の関係

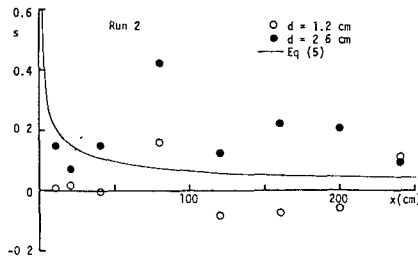


Fig. 5 ひずみ度と距離の関係

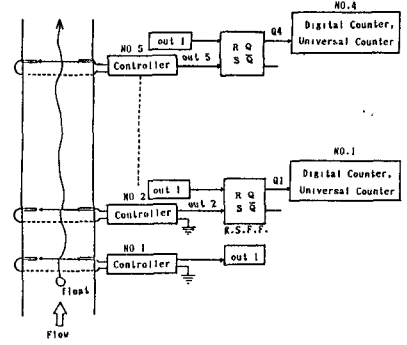


Fig. 2 時間計測装置
Table 1 水理諸量

Run	水深 h(cm)	断面平均 流速 U(cm/s)	摩擦速度 u*(cm/s)	Reynolds数	Froude数	float径 (cm)	sample数
1	2.30	30.92	1.95	7147	0.65	1.2, 2.6	100
2	1.62	24.79	1.68	4281	0.62	1.2, 2.6	200
3	1.12	17.52	1.42	1856	0.53	2.6	400

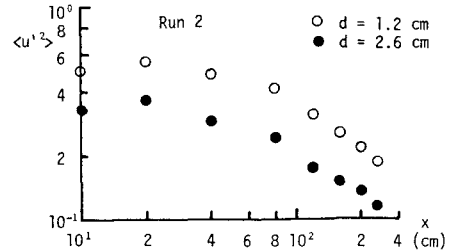


Fig. 4 乱れ強さと距離の関係

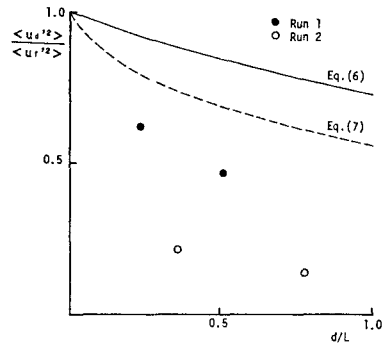


Fig. 6 粒径効果