

双対法による骨組構造物の形状最適化に関する考察

愛媛大学 工学部 正会員 大久保 禎二
世紀東急工業(株) 正会員 ○中 嶋 毅

1 まえがき

著者らは、これまでに、双対法によりトラス構造物の各部材の最適断面積および使用材種を決定する方法に関する研究を行い、その有効性を明らかにしてきたが、本研究では、双対法によりトラス構造物の各部材の断面積のみならず構造形状をも最適化する方法について基礎的考察を行ったものである。

2 双対法による構造最適化の方法

本研究で用いている双対法による構造物の最適化のアルゴリズムは¹⁾、まず原設計変数 X の1次の項の和で表わされる目的関数 W を逆変数 $Z = 1/X$ を用いて表わすとともに、制約条件を Z について線形近似し、次のような近似の設計問題を導入する。

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & W(Z) = \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{Z_i} \\ \text{subject to} \quad & g_j(Z) = \bar{U}_j(Z^0) - \sum_{i=1}^n C_{ij} \cdot Z_i \geq 0 \quad (j=1, \dots, q) \quad (1) \\ \text{ここに、} \quad & C_{ij} = -\partial g_j(Z) / \partial Z_i \\ & \bar{U}_j(Z^0) = g_j(Z^0) - \sum_{i=1}^n \partial g_j(Z^0) / \partial Z_i \cdot Z_i^0 \\ & W_i : \text{設計変数 } X_i \text{ の単位量あたりの目的関数値} \\ & n : \text{設計変数の数} , \quad q : \text{制約条件の数} \end{aligned}$$

つぎに、この近似設計問題のラグランジュ関数を Z について最小化、双対変数(ラグランジュ乗数) λ について最大化することにより Z および λ の改良解を求める。この改良解を用いて再び式(1)の近似設計問題を導入し、 Z および λ の改良を繰り返すことにより最適な Z および λ の値を決定するものである。

3 幾何形状最適化問題の定式化

本研究では、設計変数としてトラス構造物の各部材の断面積 $A = [A_1, A_2, \dots, A_n]^T$ および各格点の高さ $Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_p]^T$ を考慮し、制約条件として各部材の応力に関する制約条件を考慮するものとする。このような設計問題では、目的関数 W を式(1)のように設計変数 A, Y の線形項の和として表現することができない。そこで、本研究では目的関数の変化量 ΔW が A および Y に関して線形近似できることに着目し、つぎのような ΔW を線形近似問題(式(1))の目的関数として考慮することとした。

$$\Delta W = \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^{s_k} [\rho_i A_i^0 \sin \alpha_i^0] \frac{1}{Z_{Yk}} + \sum_{i=1}^n \rho_i \ell_i^0 \frac{1}{Z_{Ai}} - \text{CONST} \quad (\text{CONST: 定数項}) \quad (2)$$

ここに、 s_k : 格点 k に接続している部材の集合、 α_i^0 : 部材 i の傾斜角

$$Z_{Yk} = \frac{1}{Y_k}, \quad Z_{Ai} = \frac{1}{A_i}, \quad \frac{\partial \ell_i^0}{\partial Y_k} = \sin \alpha_i^0$$

また、応力に関する制約条件 g_{σ_j} も Z_A および Z_Y に関して次のように線形近似される。

$$g_{\sigma_j}(X^0 + \Delta X) = -\sum_{i=1}^n C_{ij} \cdot Z_{Ai} - \sum_{k=1}^p D_{kj} \cdot Z_{Yk} + [g_{\sigma_j}(X^0) + \sum_{i=1}^n C_{ij} \cdot Z_{Ai}^0 + \sum_{k=1}^p D_{kj} \cdot Z_{Yk}^0] \quad (3)$$

ここに、

$$C_{ij} = -\frac{\partial g_{\sigma_j}}{\partial Z_{Ai}} = -\frac{\partial |N|_j}{\partial A_i} \cdot \frac{A_i^2}{A_j}, \quad D_{kj} = -\frac{\partial g_{\sigma_j}}{\partial Z_{Yk}} = -\frac{\partial |N|_j}{\partial Y_k} \cdot Y_k^2 \cdot \frac{1}{A_j}$$

このようにして式(2)で表わされる ΔW を目的関数とし、式(3)の制約条件を有する近似設計問題を、2)で述べたアルゴリズムにより A, Y および λ を反復改良することにより、トラス構造物の最適な A および Y を決定することができる。なお、トラス構造物では Y の変化が設計空間に及ぼす影響が、 A と比較してきわめて大きいことから、本研究では Y の1回当たりの許容変化領域を $\pm 10\%$ 以内とする Move Limit の制

限を付加している。

4 設計例及び考察

2および3で述べた方法により種々のトラス構造物の最適設計を行なったが、図-1に示す偏心荷重を受ける21部材トラスの各部材断面積 A および上弦格点の高さ Y が最適解へ収束していく過程を図-2および図-3に示す。また図-4に示す31部材トラスの最適部材配置および形状を図-5に、収束過程を図-6に示す。これらの設計問題では目的関数としてトラスの製作費を考へ、材料の単位体積当りの相対的な製作費を5.10、材料の許容応力度を $\sigma_a=2400$ kg/cm²と仮定している。いずれの設計例においても各改良ごとに A および Y が確実に改良され、21部材トラスでは4回の改良では最適解の近傍に達し、7回の改良で最終的な最適解を得ている。また31部材トラスでは10回の改良で最適解に収束している。最適解では不必要な部材の断面積は設定された下限値 0.1 cm²に収束し、部材配置および構造形状ともに合理的な設計となっている。なお、図-3および6には断面積が下限値 0.1 cm²となった不要な部材は描かれていない。また、これらの例では、最適解へ収束させるために Y の変化量を制限する Move Limitの修正は必要としなかった。

上記およびその他種々の設計例より、部材の応力度に関する制約条件のみを考慮する設計問題では、本研究の方法により能率的に最適部材断面積（最適部材配置）および最適構造形状を決定できることが明らかとなった。

なお、本研究では A および Y のみを設計変数として考慮したが、現在、さらに各部材に使用する材種をも最適化できるように方法の拡張を行なっている。

図-5 31部材トラスの最適幾何形状

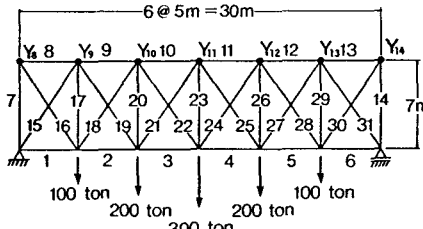


図-4 31部材トラス

OPT. TCOST. 4358080. YMAX. 810. CM

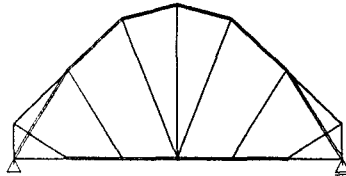
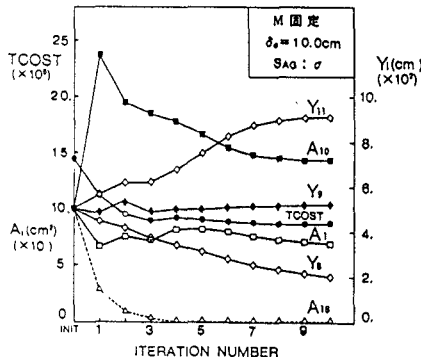


図-5 31部材トラスの最適幾何形状



TCOST [● FEASIBLE ($\sigma/\sigma_a, d/d_a < 1.005$)
○ NOT FEASIBLE ($\sigma/\sigma_a, d/d_a \geq 1.005$)

図-6 31部材トラスの収束過程

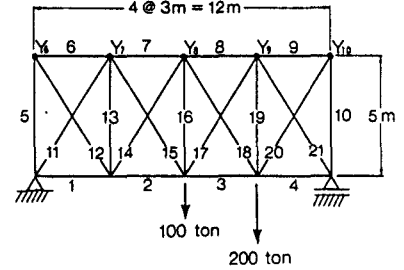
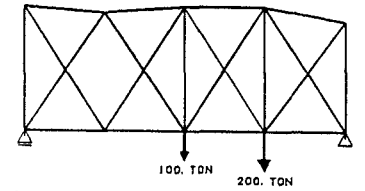
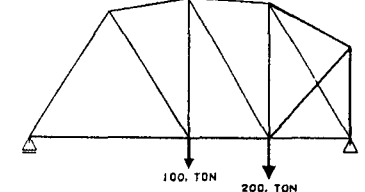


図-1 21部材トラス（偏心荷重）

ITE. 1. TCOST. 1328280. YMAX. 500. CM



ITE. 3. TCOST. 1078010. YMAX. 542. CM



OPT. TCOST. 1058010. YMAX. 524. CM

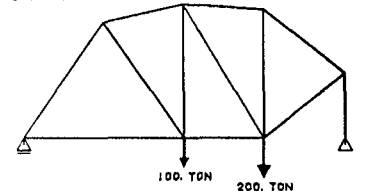
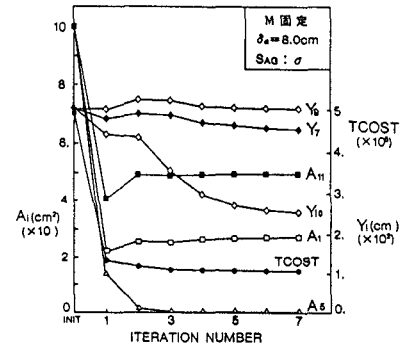


図-2 21部材トラス（偏心荷重）の幾何形状変化



TCOST [● FEASIBLE ($\sigma/\sigma_a, d/d_a < 1.005$)
○ NOT FEASIBLE ($\sigma/\sigma_a, d/d_a \geq 1.005$)

図-3 21部材トラス（偏心荷重）の収束過程

参考文献[1] S. Ohkubo and T. Nakajima, Optimum structural design with element material selection, Structural engineering & construction, Pergamon Press. Vol 3, pp.1986-1996 January 1986.