

FETM法による薄板の有限変位応答解析に関する基礎的研究

愛媛大学工学部 正会員 大賀水田生
徳山工専 正会員 原 隆
愛媛大学大学院 学生員 ○村田 基治

1. 概説

今日、有限要素法は板構造の動的応答解析に最も多く用いられている解析法であり構造物の形状に制約を受けないという利点を有しているが、構造物が複雑でかつ大きな場合、計算機の記憶容量や計算時間が大幅に増大するため大型計算機が必要となり容易に解析できないのが現状である。そこで、本研究ではすでに線形の動的問題に対して計算機の記憶容量の点で有利であることが知られている有限要素法と伝達マトリックスを結合させる方法(FETM法)¹⁾を薄板の非線形動的応答問題に適用した。その際、各時間ステップでの収束計算において剛性を変化させる場合と変化させない場合の応答波形、収束回数および計算時間を比較し、FETM法での効果的な収束計算法を検討した。さらに、本法により得られた応答波形とFEMによる応答波形を比較することにより本法の有効性および妥当性の検討を行った。なお、板に生じる応力の計算に関しては、幾何学的非線形性を考慮するためMarry-Wilaonの座標移動法を用いた。

2. FETM法による動的応答解析

FETM法では図-1に示すように板をm個のstripに分割し、さらに各stripを有限要素に細分割する。各Stripに対する時刻 $t + \Delta t$ での運動方程式は次のようになる。

$$M \ddot{x}_{t+\Delta t} + C \dot{x}_{t+\Delta t} + K \Delta x = F_{t+\Delta t} - P_t \quad (1)$$

ここに、 M , C は質量および減衰マトリックス、 P , F , $\ddot{x}$, $\dot{x}$ および Δx は復元力、外力、速度、加速度および増分変位ベクトル、 K は接線剛性マトリックスである。式(1)にNewmark- β 法を導入し、時刻 $t + \Delta t$ での速度、加速度の近似式を導入し、これらを消去すると最終的に次式が得られる。

$$A \Delta x_{t+\Delta t} = \Delta G_{t+\Delta t} \quad (2)$$

ただし、 $A = \frac{M}{\beta (\Delta t)^2} + \frac{C}{2\beta \Delta t} + K$, $\Delta G_{t+\Delta t}$ は時刻 $t + \Delta t$ での復元力を含む外力ベクトルである。

式(2)を左側節線上および右側節線上の成分に分割し変形することにより、格間伝達マトリックスが次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} \Delta x_R \\ \Delta Q_R \\ 1 \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} -A_{LR}^{-1} A_{LL} & A_{LF}^{-1} & 0 \\ A_{RF} A_{LR}^{-1} A_{LL} - A_{RL} & -A_{RF} A_{LF}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_L \\ \Delta Q_L \\ 1 \end{bmatrix}_{i+1} \quad (3)$$

これを簡単に次式で表す。

$$\Delta Z_{P,i} = T_i \Delta Z_{L,i} \quad (4)$$

また、節線*i*での変位の連続性と断面力および外力の釣り合い条件より次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \Delta x_L \\ \Delta Q_L \\ 1 \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -I & \Delta G \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_R \\ \Delta Q_P \\ 1 \end{bmatrix}_i \quad (5)$$

これを簡単に次式で表す。

$$\Delta Z_{L,i+1} = T_{P,i+1} \Delta Z_{R,i} \quad (6)$$

ここで、 $T_{P,i}$ は格点マトリックスである。これらにより、節線*i*と節線*i+1*とを関係づける式は次のようになる。

$$\Delta Z_{L,i+1} = T_{P,i+1} T_{L,i} \Delta Z_{L,i} \quad (7)$$

式(7)を用いて伝達マトリックスの手法に従い、時刻 $t + \Delta t$ における各節線上の未知状態量を順次決定してゆく。図-2に、本研究で用いた各時間stepでの収束計算手順を示している。

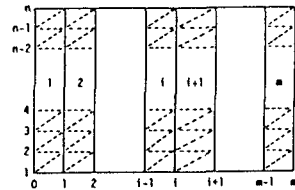


図-1 要素分割

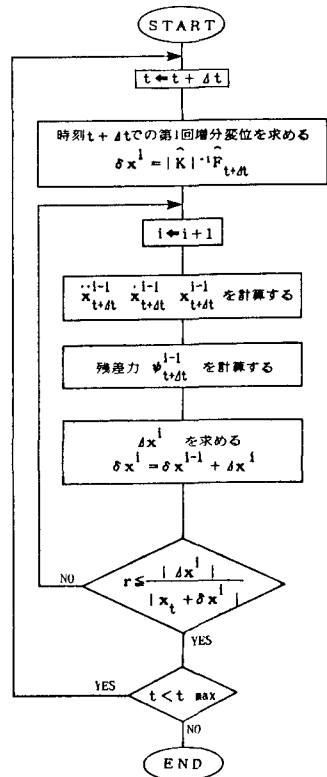


図-2 フローチャート

3. 収束計算法の比較・検討

収束計算方法として、各時間stepで剛性を変化させる方法(方法1)と変化させない方法(方法2)が考えられる。本研究ではこの2つの収束計算法を用いて薄板の有限変位応答解析を行ない、得られた結果を比較することにより本法での効率的な収束計算法の検討を行った。解析モデルとして面外等分布衝撃荷重($0.1 \sim 0.4 \text{ kg/cm}^2$)を受ける四辺単純支持板(図-3)を用い、さらに時間stepは $\Delta t = 4.0 \times 10^{-4} \text{ sec}$ 、収束判定値は $\tau = 1.0 \times 10^{-7}$ とした。図-4, 5に荷重強度 $q = 0.2 \text{ kg/cm}^2$ および 0.4 kg/cm^2 の場合の応答波形の比較を示している。荷重強度 $q = 0.2 \text{ kg/cm}^2$ の場合、方法1の振幅が約1%大きくなっているが、 $q = 0.4 \text{ kg/cm}^2$ の場合は、いずれの応答も有効数字4桁まで一致している。図-6にそれぞれの収束計算法に必要な各時間stepでの平均収束回数の比較を示している。いずれの荷重強度においても方法2の平均収束回数は方法1のそれを上回っているが、その差は荷重強度の大きさに関係なくほぼ一定となっている。図-7に両収束計算法での計算時間の比較を示している。方法2の計算時間は方法1での計算時間に比較していずれの荷重強度においても小さくなっている。これらのことより、方法2は方法1に比較して各時間stepでの収束回数は多少増加するものの計算手順が簡略化されているため効率的な計算方法と考えられる。

4. 数値計算結果及び考察

本解析法の妥当性を検討するため、一辺100cmの四辺単純支持板及び四辺固定板が面外等分布衝撃荷重を受ける場合について本法およびFEMを用いて応答解析を行った。図-8に四辺単純支持板(荷重強度 $q = 0.18 \text{ kg/cm}^2$)の応答波形を示している。両解析法による応答波形は良く一致し、最大誤差は約2%程度である。また、図-9は四辺固定板(荷重強度 $q = 0.54 \text{ kg/cm}^2$)の応答波形を示しており、この場合も両解析法による応答波形は非常に良く一致している。図-10は、種々の要素分割における本法とFEMの計算時間の比較を示している。本法は要素数が増加するとともに計算時間の点でFEMに比較して有利となっている。

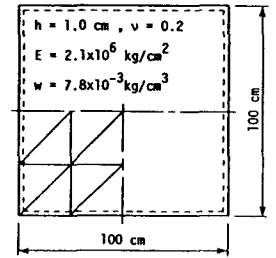


図-3 四辺単純支持板

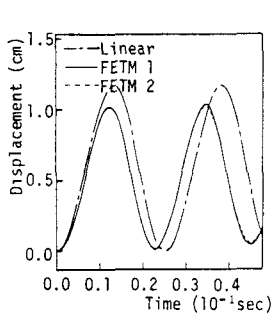


図-4 応答波形

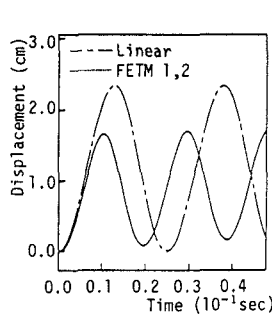


図-5 応答波形

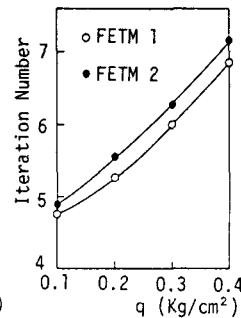


図-6 収束回数の比較

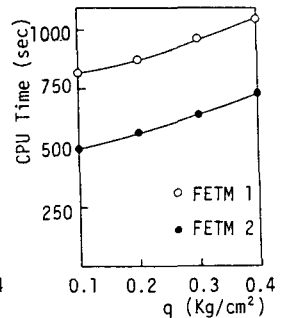


図-7 計算時間の比較

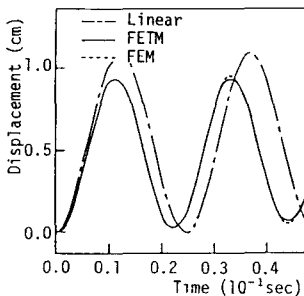


図-8 応答波形 (四辺単純支持板)

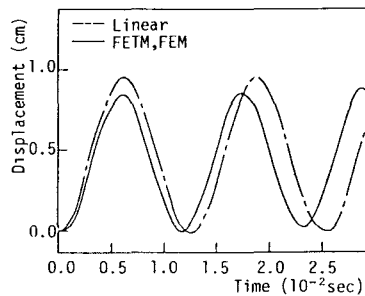


図-9 応答波形 (四辺固定板)

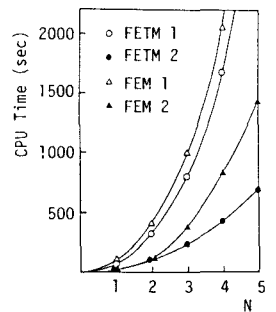


図-10 計算時間の比較