

境界要素一伝達マトリックス法の精度に関する一考察

愛媛大学 正会員 大賀水田生
徳山高専 正会員 重松 恒美
宇部興産 正会員 ○片岡 省二

1. まえがき

境界要素法 (BEM) は境界上の離散化のみで解析可能であるため、入力データおよび計算容量を FEM に比較して大幅に軽減できる特徴を有している。一方、この方法の欠点としては、1) 不均質領域に対しては直接適用できない。2) 細長い領域に適用する場合、解の精度が低下することなどが考えられ、この欠点を克服するために境界要素法と伝達マトリックスを組み合わせた方法 (BETM) が提案されている。本研究では BETM を二次元弾性問題に適用する場合の副領域の形状および要素数と解との関係を調べ、本法での効果的な領域分割法の検討を行った。

2. 理論

BETM では、図-1 に示すように構造物をいくつかの副領域 ($D_k, k=1, 2, \dots, m$) に分割し、それぞれの副領域 D_k に次式で与えられる境界要素法の基礎関係式を適用する。

$$H_k u_k = G_k p_k \quad u, p; \text{境界上の変位、表面力ベクトル} \quad (1)$$

H, G ; 係数マトリックス

式(1)の両辺に G_k^{-1} を前掛けし、 $K_k = G_k^{-1} H_k$ と置けば次式を得る。

$$p_k = K_k u_k \quad (2)$$

式(2)を変形すると、副領域の左右の境界上の状態量が次のように関係づけられる。

$$z^r = T z^l \quad \begin{array}{l} T; \text{伝達マトリックス} \\ z^r; \text{右端内部境界状態量} \\ z^l; \text{左端内部境界状態量} \end{array} \quad (3)$$

以後、通常の伝達マトリックス法の手順に従い計算を行い解を求める。

3. 等分布圧縮荷重を受ける片持ち長方形板の解析

図-4, 5 に本法、BEM および FEM (4×6 分割) により得られた等分布圧縮荷重を受ける片持ち長方形板の自由端点 C (図-2) における水平方向変位の比較を示している。その際、BETM では領域を 1, 2, 4, 6, 8 および 10 個の副領域に分割し、さらにその副領域の境界を 6 個の境界要素 (パターン A) および 10 個の境界要素 (パターン B) に分割した。なお、BEM では BETM の副領域分割に対応させ境界を要素分割した。図-3 に副領域 10 個の場合の分割パターンを示している。パターン A, パターン B とともに BEM により得られた結果は、境界要素数の増加とともに FEM により得られた結果に収束しているが、本法により得られた結果はある副領域数で FEM との誤差が最小 (パターン A では副領域数 6 で誤差が最小となりその誤差は 10.6%, パターン B では副領域数 8 で誤差は 1.9%) となり、以後副領域数の増加とともに誤差が大きくなっている。このことより BETM では、要素数の増加とともに解の精度が向上する BEM や FEM と異なりある副領域数でピークを示すことが明らかになった。

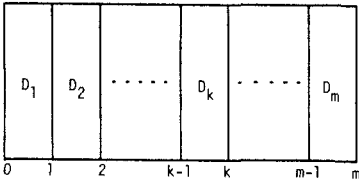


図-1 副領域分割

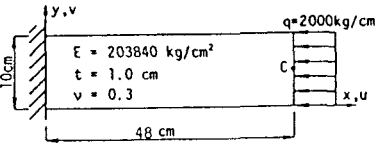


図-2 片持ち長方形板

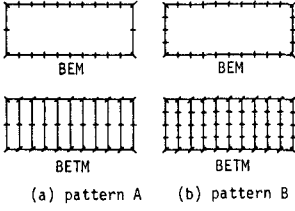


図-3 要素分割

4. B E T Mの副領域分割法の検討

そこで、B E T Mでの副領域の形状および要素数と解との関係を検討するため、副領域そのものの精度の検討を行った。図-6に示す6種類の副領域を用いて、長さ(a)と幅(b)との比 a/b を種々変化させた場合($a/b=0.48\sim 4.8$)の数値計算を行い、得られた結果を図-7, 8に示している。これより、①誤差が最小となるピークを示す a/b の値は、幅方向の要素数が異なっても変化しない ②長さ方向の要素数の変化とともにそのピークはずれ、長さ方向の要素の長さが板の幅と等しい場合にピークを示すことが明らかになった。実際にこの6種類の副領域を用いて、副領域数を種々変化させ、図-2に示す片持ち長方形板の解析を行い、得られた結果を図-9, 10に示している。自由端点Cでの水平方向変位がピークを示す副領域の形状比 a/b の値は、副領域そのものがピークを示す値と副領域(d)を除いて一致し、さらにいずれの副領域を用いた場合も幅方向要素数を増加させることにより解の精度が向上した。以上のことより、B E T Mを2次元弾性問題に適用する場合、長さ方向の要素長が板の幅と等しくなるように分割するのが効果的であることが明らかになった。

参考文献 1)大賀他：境界要素-伝達マトリックス法の2次元弾性問題への適用について、土木学会中四国支部講演会概要集 1986.5

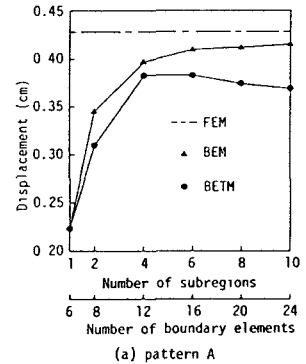


図-4 自由端Cの変位

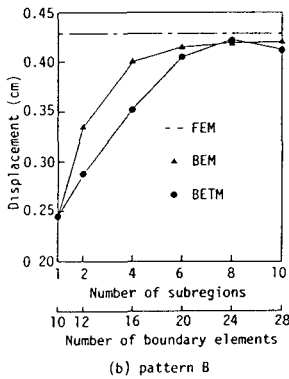


図-5 自由端Cの変位

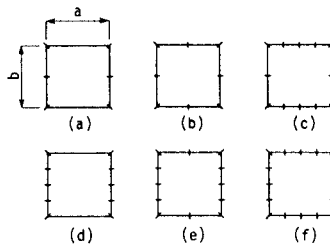


図-6 要素分割

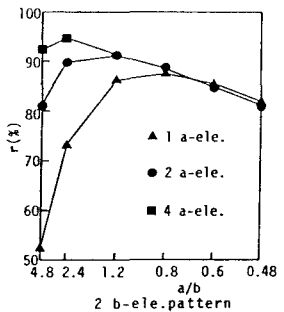


図-7 副領域形状と解との関係

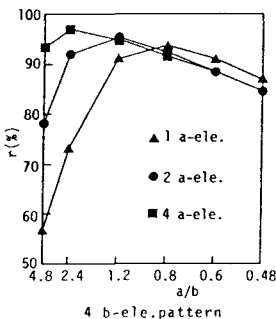


図-8 副領域形状と解との関係

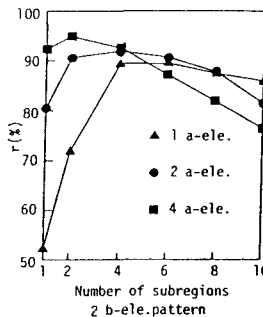


図-9 副領域数と解との関係

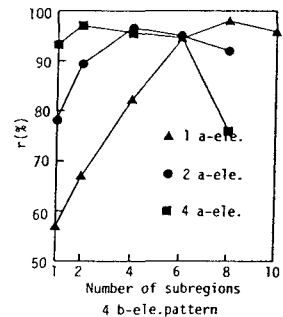


図-10 副領域数と解との関係