

レーザー測距儀を用いた三辺測量について

山口大学工業短期大学部 正員 上田 満
 山口大学工業短期大学部 正員 長谷川 博
 山口大学工業短期大学部 ○ 学員 松永 次生

1. まえがき

電磁波測距儀により長距離をかなり正確に測量できるようになった結果、近年では三角点間の距離の測定が実行されるようになった。三角点の位置決定に際する距離測量の方法として

- (1) 大三角網の基線長そのものを測定し、従来のような短い観測基線長を基線三角網で拡大することを避ける。
- (2) 角と辺長とを測量して三角網を組む。
- (3) 辺長のみを観測して三角網を組む。

の三つに区分されると思われる。(2)の方法は、地殻変動の観測など極めて高精度の位置決定を要する場合に使われる。そこで本研究は、25 kmまでを5mm±2PPMの精度で測定可能なK&E製のレーザーレインジャーを使用して、工学部キャンパス内に三角点を設置するとともに、上記(1)及び(3)の方法で三角網調整を行い、これらの精度について比較検討するものである。

2. 三角網の概要

三角網は図-1に示す通りであり、三角点は5点とし、その平均辺長は約6.7kmで、既設の三角点はこの図のうちR、M、Oであり、T三角点は見通しの関係で既設の三角点サイドに設けたものである。また、K三角点は工学部内の建物の屋上に設けたものである。

そこで、三角網は図のように組み、図示された各辺と各角をそれぞれ測定した。また、角の測定に関しては測機舎製の1"読みセオドライトを使用し、5対回測定しその平均値を水平角とした。鉛直角については3対回測定した。

水平距離については、Repeat機能により20回測定し温度、気圧、湿度による各補正を行った。また、三角網の調整計算を行う場合、検基線は既設の三角点であるR-M間の距離として調整を行った。

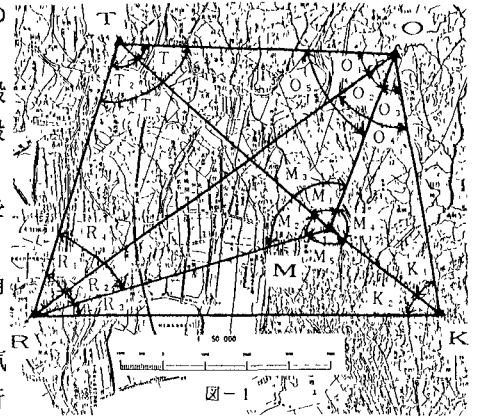


図-1

3. 三角測量

測定した各辺及び各角のうち、一辺と測定角すべてを使用して三角網の調整を行い検基線との誤差について検討してみることにする。例えば、基線をOK間の距離とした場合について成立すべき条件式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 &\text{角条件式: } K_1 + O_3 + M_4 - 180^\circ = 0 \\
 &\quad R_3 + K_2 + M_5 - 180^\circ = 0 \\
 &\quad O_2 + M_1 - T_2 - R_1 = 0 \\
 &\quad O_1 + T_1 - M_2 - R_2 = 0 \\
 &\quad O_1 + T_3 + R_1 + R_2 + R_3 + K_2 + K_1 + O_4 - 360^\circ = 0
 \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned}
 &\text{測点条件式: } O_4 - O_2 - O_3 = 0 \\
 &\quad M_3 - M_1 - M_2 = 0 \\
 &\quad T_3 - T_1 - T_2 = 0 \\
 &\quad M_3 + M_4 + M_5 - 360^\circ = 0
 \end{aligned} \right\} (2)$$

	°	'	"	°	'	"
M ₁	72	42	5.3	R ₃	15	511.6
M ₂	54	50	4.8	T ₁	37	3538.5
M ₃	127	33	0.2	T ₂	68	58 7.6
M ₄	103	52	14.6	T ₃	106	3346.1
M ₅	128	34	45.3	O ₁	35	5947.1
K ₁	44	11	44.8	O ₂	33	4229.1
K ₂	36	20	3.1	O ₃	31	56 0.6
R ₁	37	26	26.8	O ₄	65	3829.7
R ₂	18		4430.7			

表-1

$$\left. \begin{aligned} \text{辺方程式: } & (\sin R_2 \cdot \sin M_1 \cdot \sin T_2 \cdot \sin O_1) / (\sin O_2 \cdot \sin T_1 \cdot \sin M_2 \cdot \sin R_1) = 1 \\ & (\sin R_3 \cdot \sin K_1 \cdot \sin O_2) / (\sin K_2 \cdot \sin O_3 \cdot \sin R_2) = 1 \\ & (D_4 \cdot \sin M_2 \cdot \sin R_1 \cdot \sin T_1 \cdot \sin M_4) / (D_1 \cdot \sin O_1 \cdot \sin T_2 \cdot \sin M_1 \cdot \sin K_1) = 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

	辺 長
D ₁	5872.433
D ₂	3199.432
D ₃	9609.511
D ₄	7283.153
D ₅	6379.947
D ₆	6599.291
D ₇	6482.810
D ₈	4216.709
D ₉	10404.744

表-2

この各々12個の条件式を同時に満足させるためにガウスの未定係数式を使用し、各角を補正した後における値が表-1に、また、この補正值で計算した各辺長が表-2にそれぞれ示されている。

4. 三辺測量

測定した各辺のみを使用して三角網の調整を行うのが三辺測量であって、この場合は測定辺の補正を行うことになる。その際に必要となる基本式は図-1を参照して以下のものであり、これによって計算された角の間に成立する条件式を求め、それらの条件式を満足するように各辺長の補正を行えばよい。

$$\left. \begin{aligned} \text{即ち、} \cos R_1 &= (D_5^2 + D_9^2 - D_6^2) / (2 \cdot D_5 \cdot D_9), \quad \cos R_2 = (D_4^2 + D_9^2 - D_8^2) / (2 \cdot D_4 \cdot D_9) \\ \cos R_4 &= (D_5^2 + D_4^2 - D_7^2) / (2 \cdot D_5 \cdot D_4) \\ \cos M_1 &= (D_6^2 + D_7^2 - D_8^2) / (2 \cdot D_6 \cdot D_7), \quad \cos M_2 = (D_4^2 + D_7^2 - D_5^2) / (2 \cdot D_4 \cdot D_7) \\ \cos M_4 &= (D_8^2 + D_2^2 - D_1^2) / (2 \cdot D_8 \cdot D_2), \quad \cos M_5 = (D_2^2 + D_4^2 - D_3^2) / (2 \cdot D_2 \cdot D_4) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$R_4 - R_1 - R_2 = 0, \quad M_1 + M_2 + M_4 + M_5 - 360^\circ = 0 \text{-----} (5)$$

となる。式(4)を式(5)に代入すると辺長に関する非線形の条件式となる。従って、残差 $v_1, v_2, v_3, \dots$ 等を用いて、 $D_1 = l_1 - v_1, D_2 = l_2 - v_2, D_3 = l_3 - v_3, \dots$ 等を用いて線形の式に直せば以下ようになる。

$$\begin{aligned} & (v_6 / l_5) \operatorname{cosec} T_3 + (v_5 / l_5) (\cot T_2 - \cot T_3) + (v_4 / l_4) (\cot M_2 - \cot M_3) - (v_9 / l_9) \\ & (\cot O_1 + \cot O_2) - (v_7 / l_5) \operatorname{cosec} T_2 + (v_8 / l_4) \operatorname{cosec} M_3 + w_1 = 0 \text{-----} (6) \\ & - (v_6 / l_1) \operatorname{cosec} O_5 - (v_1 / l_2) \operatorname{cosec} K_1 - (v_5 / l_7) \operatorname{cosec} T_2 - (v_3 / l_2) \operatorname{cosec} K_2 + \\ & (v_2 / l_2) (\cot K_1 + \cot K_2) + (v_4 / l_4) (\cot R_3 + \cot R_4) + (v_7 / l_7) (\cot T_1 + \cot T_2) + \\ & (v_8 / l_8) (\cot O_5 + \cot O_3) + w_2 = 0 \text{-----} (7) \end{aligned}$$

但し、 $l_1, l_2, \dots$ 等は観測辺長である。また $w_1 = R_4 - R_1 - R_2, w_2 = M_1 + M_2 + M_4 + M_5 - 360^\circ$ である。

この式(6)、(7)両式を同時に満足させるためにガウスの未定係数式を用いて、 $v_1, v_2, \dots$ 等を求め、各辺の補正を行った。 R_1, R_2, R_3 等は、観測辺長 $l_1, l_2, \dots$ 等により計算した角度である。

5. 両測量の精度の比較等について

1"読みセオドライトと $5\text{mm} \pm 2\text{PPM}$ の精度で距離測定が可能な測距儀では、長辺の三角測量においては測距の精度の方がよいと考えられる。これによる精度の比較を行うために検基線との相対誤差を比較すると表-3のようになる。また、まえがきに述べた項目の(1)に相当する基線三角網で拡大することによる基線の精度の減少については表-4に示されている。さらに三角網は正三角形に近く組む方がよいと理論的にも証明されているが、この場合については、表-5に示されている。

その他いろいろ比較検討を行ったが紙面の関係で省略いたします。

6. あとがき

以上のように三辺測量による測量の方がより精度よく基準点測量が可能と思われる。また外業に関しても距離測定の時間自体は測角の1/10ぐらいであり気象条件も測距に関しては測角ほどには左右されない。しかしながら測距の器械自体が高価であることがネックであろう。また測距、測角ともに行う場合の調整方法(座標調整法によるとと思われるが)による場合の比較等については検討中である。

検基線(D ₄)との相対精度	
三角測量	三辺測量
1/17,100	1/36,200

表-3(D₁を基線とする)

基線拡大による精度の低下	
基線三角網	直接測定
1/142,600	1/650,300

表-4(D₂を基線とする)

三角形	最大角と最小角の差	誤差
KMR	113° 29' 30.1"	4.4
OMR	108° 48' 34.0"	10.7
OMK	71° 56' 12.2"	-4.1
OTR	70° 33' 56.5"	3.7
OTM	35° 6' 33.4"	4.6
TRM	14° 7' 16.3"	-0.8

表-5