シンプレックス法を用いたＪａｎｂｕ法に基づく斜面安定解析

徳島大学工学部　正　山上拓男
徳島大学工学部　正　○植田康宏

１．まえがき

非円形すべり面を対象とした安全率算定式を用いて斜面安定解析を行わんとすれば、仮定すべり面形状に無限の可能性があることから、状況は非常に複雑なものとなる。このため、従前筆者らの周辺には非円形すべりを対象とした安定解析プログラムはほとんど存在しなかった。しかし最近になって数理計画法を応用して斜面安定解析に非円形すべり面理論を持ち込まんとする試みが各方面で活発に行われている。そして、これまでに非線形計画法[1),2)]や動的計画法[3),4)]の応用が試みられている。本報告は、新たに Nelder·Meadのシンプレックス法を用いて Janbu法に基づく安定解析を行う方策を論じるものである。

２．シンプレックス法[5)]の概要

一連の制約式のもとで、目的関数の最適化（最大化または最小化）を行う問題、いわゆる最適化問題を解く手法には、非線形計画法、線形計画法、動的計画法、変分法などがある。シンプレックス法とはこの中で制約条件のない場合の非線形計画法に属し、試行探索法によって最適解を求めていく手法である。シンプレックス法では、ｎ次元空間で n+1個の頂点をもつシンプレックスと呼ばれる多面体がおもな役割を果たす。シンプレックスを用いて最適解を求める手順は次の通りである。ｎ個の独立変数が与えられるとそれぞれの初期値から、各独立変数を座標軸とするｎ次元空間に１個の点が定められる。また、各初期値をそれぞれ１つだけ変化させることによってｎ個の点が決定される。こうして求まった合計 n+1個の点を頂点として初期シンプレックスが形成される。次に、得られたシンプレックスの各頂点で目的関数の値を評価し、その関数値を比較しながら、鏡像、収縮、拡大、縮小と呼ばれる４つの基本操作を適当に組み合わせてシンプレックスを順次移動させつつ、最適点へと近づけて行くのである。

３．シンプレックス法を用いた安定解析

斜面上の２点Ａ、Ｂを結ぶ任意の曲線 $\widehat{AB}$ に沿って、 Janbu法による安全率は次式で定義される：

$$F = \frac{1}{\Sigma (W+\Delta X)\tan\alpha} \Sigma \frac{c\,l\cos\alpha + (W+\Delta X - u\,l\cos\alpha)\tan\phi}{\cos^2\alpha\,(1+\tan\alpha\tan\phi/F)} \qquad (1)$$

ここに、Ｗ：スライス重量、 α：スライス底面と水平線のなす角、l：スライス底面の長さ、ｕ：スライス底面に働く間隙水圧、ΔＸ：スライス側面に働く不静定力、ｃ，ϕ：強度定数。

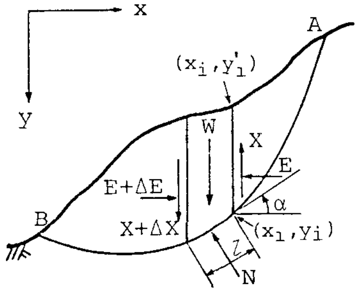

図１ Janbu法による安全率の定義

式(1) のＷ、α、l などは、スライス両端ですべり面のｙ座標 y_i が与えられるとただちに計算できることから、Ｆは y_i のみの関数とみなすことができる。 これより、目下の斜面安定問題を“Ｆを目的関数、そして y_i を独立変数とした最適化問題”としてとらえることができ、これを解くことによって最小安全率を与えるすべり面が決定される。本研究では、Ｆを最小にするような y_i の組み合わせを探索する手法にシンプレックス法を導入するのである。

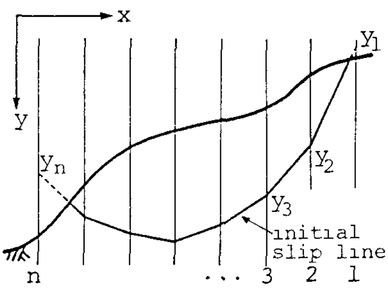

図２　初期すべり面

さて、目下の問題にシンプレックス法を適用するに当たっては、図２に示すように与えられた斜面を適当な数の鉛直線で分割しなければならない。この鉛直線はスライス分割線として利用され、

また、この線上でのすべり面のｙ座標を独立変数と考える。いま、図に示すように斜面内の適当な位置に初期すべり面を仮定する。この場合、独立変数は y_1, y_2, ･･･ y_n のｎ個であり、これより n+1個の頂点をもつ初期シンプレックスが決定される。そして、シンプレックスの各頂点で式(1) より目的関数Ｆを評価する。評価された目的関数の値が式(2) で与えられる停止条件を満たしていない場合には、鏡像、収縮、拡大および縮小と呼ばれる操作を適当に組み合わせてシンプレックスの移動を繰り返し行う。

$$\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n+1}(F_j - F_0)^2} < \varepsilon \qquad (2)$$

ここに、F_j：シンプレックスの頂点ｊでの目的関数の値、F_0：目的関数の最も大きい値を有する頂点を除いた他の頂点の重心での目的関数の値、ε：許容誤差。

また、形成されたシンプレックスが式(2) の停止条件を満足すれば、目下のシンプレックスで最も小さい目的関数を与える頂点が最適点となる、すなわち、そこでの独立変数y の組み合わせが臨界すべり面を表し、目的関数の値が最小安全率である。なお、本研究の適用例では目的関数として、式(1) の安全率算定式で側面の不静定力ΔＸを無視した式を採用した。これは、ΔＸを考慮した厳密 Janbu法で探索を行うと、解析上不都合な事態が生じるためである。これについては別の機会に議論する予定である。

４．解析例と結言

ここでは、解析例としてこれまで筆者らがＤＰ探索に適用した問題[4]と荒井によって報告された問題[1]を採用した。図３、４にそれぞれの解析断面、用いた物性値、そして探索されたすべり面と最小安全率を示す。図中一点鎖線は初期すべり面を表し、点線はＤＰによる探索結果である。また、図４には荒井による結果も併せて示した。収束に要した反復回数と CPU time (FACOM M-360)は、図３の問題で 167回，6.44秒、図４では 386回，7.09秒であった。

本手法によって得られた安全率は、両ケースとも他の手法に比べ小さい値となっている。また、臨界すべり面はいずれもよく似た形状を示している。これより、探索結果は満足できるものであり、本手法は非円形すべりを対象とした安定解析として有力な手段であるといえる。

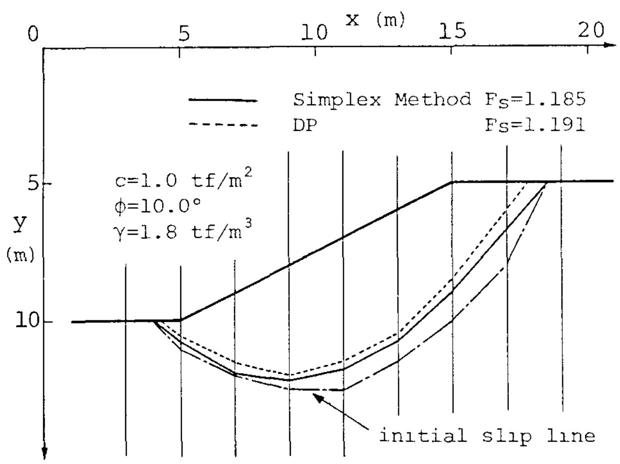

図３　適用例１

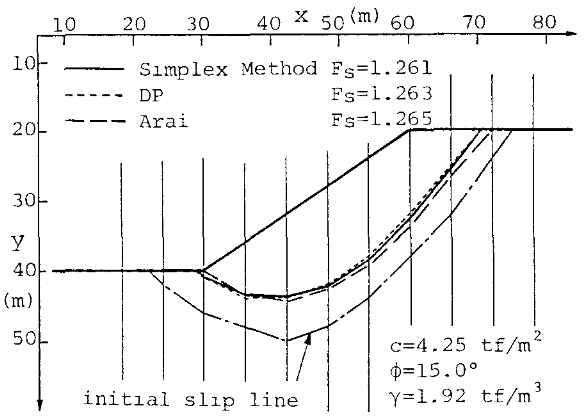

図４　適用例２（荒井の問題）

［参考文献］

1)Arai,K., K.Tagyo: Soils and Foundations, Vol.25,No.1,pp.43-51,1985. 2)Celestino,T.B., J.M.Duncan: 10th ICSMFE, pp.391-394, 1981. 3)Greco,V.R.: Soils and Foundations,Vol.25, No.4,pp.142-143,1985. 4)Yamagami,T., Y.Ueta: Jour.Japan Landslide Society, Vol.22, No.4, 1986, 5)Baker, R.: Int. Jour. Nume. Anal. Meth. Geome., Vol.4, No.4, pp.333-359,1980. 6)Kowalik,J., M.R.Osborne: 非線形最適化問題（山本、小山共訳）、培風館、1971.