

新たな降伏関数を導入した砂の弾塑性構成モデル

山口大学工学部 正 員 村田 秀一
山口大学工学部 正 員 安福 規之
第一工業大学 正 員 岡藤 博国
九州大学大学院 学生員 ○ 村崎 慎一

1. まえがき 筆者らは、提案した弾塑性理論に基づいて、粒子破碎領域（高圧域）における粒状土の応力ひずみ挙動の予測を試みてきた¹⁾。本研究では、この議論を低圧域にまで拡張すべく、新たに広範な応力域に適用可能な弾塑性構成モデルを提案する。このモデルは、異なる二つの降伏関数を有し、かつ非関連流れ則に基づいて導かれるものである。

2. 応力ひずみ増分式 全ひずみ増分 $\{d\epsilon_{ij}\}$ は、弾性ひずみ増分 $\{d\epsilon_{ij}^e\}$ と塑性ひずみ増分 $\{d\epsilon_{ij}^p\}$ に分けられる。

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p \quad (1)$$

$$d\epsilon_{ij}^p = d\epsilon_{ij}^{p1} + d\epsilon_{ij}^{p2} \quad (2)$$

(2) 式にHillの等方硬化則を適用すると

$$d\epsilon_{ij}^{p1} = h_c \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} df_c + h_s \frac{\partial g_s}{\partial \sigma_{ij}} df_s \quad (3)$$

ここで、(2) および(3) 式の第一項は、等方および異方圧密試験より求まる降伏関数 f_c に支配されるひずみ増分で、第二項は、 f_c 上または内部で生じる付加的な塑性ひずみを表現するために導入された降伏関数 f_s に支配されるひずみ増分である。

3. 弾塑性構成モデルを支配する三つの関数の決定

3.1 降伏関数の決定

3.1.1 降伏関数 f_c 図2は、図1で示された実験から求めた降伏曲線の $\eta =$ 形状²⁾を η^2 と $\ln p$ で整理したものである。この図より降伏関数の形状は、おおむねユニークな直線関係が存在することがわかる。したがって図2の結果より広範な応力域における降伏曲線の形状は次式で近似可能である。

$$f_c = \eta^2 + m \ln p/p_0 \quad (4)$$

ここで、 m は材料定数と考えられ、 $\eta^2 \sim \ln p$ 関係の勾配である。 p_0 は $\eta=0$ のときの p の値である。

3.1.2 降伏関数 f_s 本研究では実験結果をもとに、次のように仮定する。

$$f_s = \eta - \eta_0 \quad (5)$$

ここに、 η_0 は $p=p_0$ のときの η の値である。この仮定は、応力比 η が増加しないかぎり塑性ひずみは生じないことを表現している。

3.2 塑性ポテンシャル関数の決定

3.2.1 塑性ポテンシャル関数 g_c 図3は、応力比 η 一定試験の結果から得られた $dv^p/d\epsilon^p$ と η の関係を示したものである。この図より $dv^p/d\epsilon^p$ と η の関係は、双曲線近似が可能である

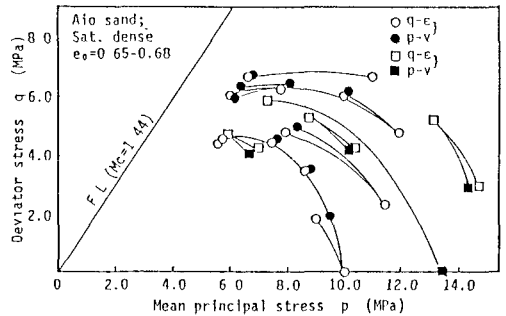


図1 実験から求めた降伏曲線群

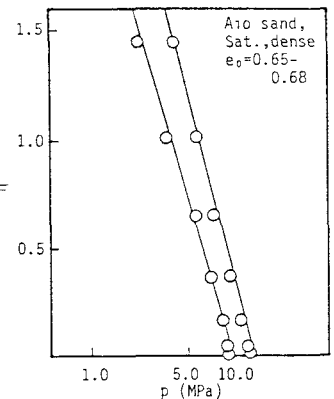


図2 $\ln p$ と η^2 の関係

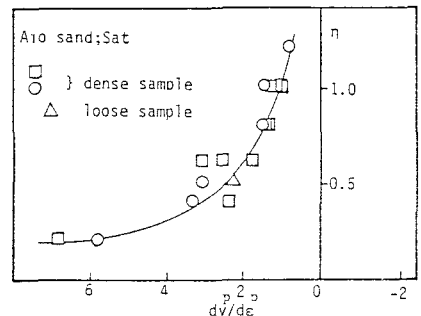


図3 η 一定試験から求めた $dv^p/d\epsilon^p$ と η の関係

と判断し、次式のように表す。

$$\frac{dv^p}{de^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{c\eta} \quad (6)$$

ここに、 C は定数、 M は $dv^p/de^p = 0$ の時の η の値である。(8) 式は、 $\eta=0$ の時 $de^p=0$ および $\eta>M$ の時 $dv^p<0$ (体積膨張) といった土の特性を表現できるもっとも簡単な関数である。この (8) 式と、直交則

$de^p/dv^p \cdot dq/dp = -1$ の関係より塑性ポテンシャル関数は次式のようになる。

$$gc = \ln p + \frac{C}{2(C-1)} \cdot \left(\eta^2 + \frac{M}{C-1} \right) \quad (7)$$

3.2.2 塑性ポテンシャル関数 g_s f_c 上またはその内部において生じる付加的な塑性ひずみを表現するために次のように仮定する。

$$g_s = q \quad (8)$$

この仮定は、 $f_c > 0$ の時、塑性せん断ひずみのみを生じ、塑性体積ひずみは生じないことを表現している。これと同様の考え方は、Roscoeらによってもなされている³⁾。

3.3 硬化関数の決定

3.3.1 硬化関数 h_c 本研究では、硬化関数 h_c の決定に際し、土の硬化パラメーターとして状態量 S を考える。ここで、状態量 S は、

$$S = \int 1/p \cdot dw^p = \int (dv^p + \eta de^p) \quad (9)$$

図4は、この状態量 S と降伏関数 f_c の関係を示したものである。この図より $\ln S$ と η の関係は、ユニークな直線関係が存在することがわかる。したがってこの関係を直線近似することにより硬化関数 h_c は次式のようになる。

$$h_c = b \cdot S \cdot p \quad (10)$$

(10)式により広範な応力域における応力ひずみ関係の特性を表現できる。

3.3.2 硬化関数 h_s 実験結果より、せん断過程のストレスダイレイタンスー関係を次式のように仮定する。

$$\frac{dv^p}{de^p} = \mu (M - \eta) \quad (11)$$

そして(11)式に基づいて若干の計算を行うと、 h_s として(12)式が得られる。

$$h_s = \left[\frac{M - (\mu C - 1)}{\mu \{ (C-1)\eta^2 + M^2 \}} \right] 2 \eta b S \quad (12)$$

4. 実験による検証 本研究で提案した構成則を使って、実際に広範な応力域で応力ひずみ挙動の予測を行ない、実験結果と比較検討した結果、以下のような結論を得た。1) 広範な応力域で応力が単調に増加する場合の砂の応力ひずみ挙動は、ほぼ満足のいく精度で予測することができる(図5, 6)。2) 本研究で提案する構成式は、異なった材料にも適用可能である。3) 初期載荷、再載荷、除荷を一つの試験中に含むような複雑な応力経路においても、その応力ひずみ挙動の応力履歴依存性を正確に表現することができる。

謝辞 御助言を賜った佐賀大学の三浦哲彦教授ならびに実験に協力していただいた建設省の秋山基史君に感謝の意を表します。

参考文献 1) N. Miura, H. Murata & Yasufuku; S & F, Vol. 1, No. 1 (1984) 2) 第38回 昭和61年度土木学会中国四国支部研究発表講演概要集 3) Roscoe & Burland; Engineering plasticity (1968)

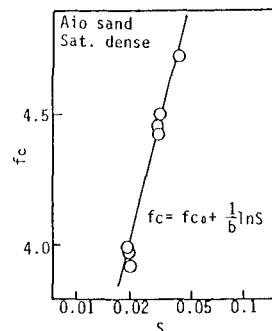


図4 $\ln S$ と f_c の関係

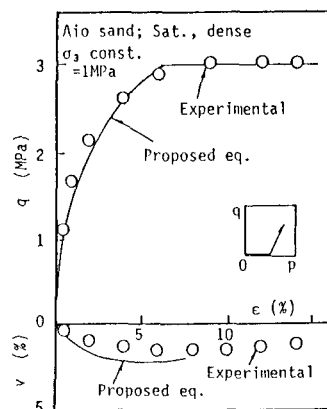


図5 応力ひずみ挙動の予測 (低圧域)

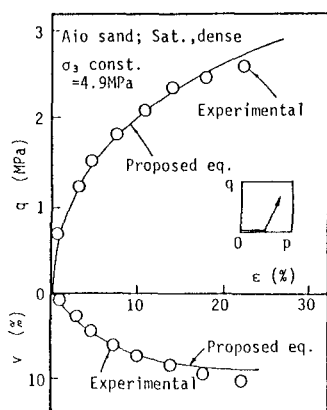


図6 応力ひずみ挙動の予測 (高圧域)