

計画降雨波形の決定に関する確率統計的基準

徳島大学工学部 正員 端野道夫
徳島県 正員 ○土井正吉

1. は し が き

計画降雨波形の決定法として用いられてきた実績降雨引き伸ばし¹⁾法は、引き伸ばし率の限界について明確な根拠がなく、実績降雨の時間分布や引き伸ばし率の大きさによっては、得られた計画降雨波形の降雨強度に不合理な問題が生じる場合がある。本文は Freund の二変数指数型分布を用いた計画降雨波形の決定法を提示し、従来の方法と比較、考察するものである。

2. 総雨量とピーク時間雨量の同時生起確率の評価

総雨量 y とピーク時間雨量 x の二変数同時リターン²⁾ピリオド T_{xy} ³⁾は、Freund 型分布(二変数指数型分布)より誘導される。まず、 x と y の年最大値を x_{max} , y_{max} とすれば、それぞれの年最大値分布は(1), (2)式で与えられる。(1), (2)式を二変数同時の年最大値分布へ拡張すると(3)式が得られる。ここに、(1), (2), (3)式の $F(x, y)$, $F(x)$, $F(y)$ は Freund 型分布を用いて求めた同時確率分布とその周辺分布であり、 λ_{xy} は二変数 x, y の同時生起平均発生率である。したがって、(1), (2), (3)式を超過確率、非超過確率に関する恒等式(4)式に代入すれば年最大値 x_{max} , y_{max} の同時超過確率が求まり、その逆数で定義される同時リターン⁴⁾ピリオド T_{xy} は(6)式で与えられる。

3. 計画降雨波形の決定に関する基準および波形設定法

確率年 T_y^* の総雨量 y^* に対するピーク時間雨量 x^* の決定基準として、次のような条件付確率およびリターン⁵⁾ピリオドを採用する。すなわち、 y^* なる条件下での x^* の条件付確率 $F(x^*|y^*)$ 、同時リターン⁶⁾ピリオド T_{xy}^* 、単独のリターン⁷⁾ピリオド T_x^* , T_y^* (5式参照)および T_{xy}^* と T_y^* の比 T_{xy}^*/T_y^* である。なお、条件付確率 $F(x^*|y^*)$ を形式的にリターン⁸⁾ピリオド T_{xy}^* で表わせば(7)式のようになる。

これらの確率的な決定基準の範囲については、後述 α . で実際のデータを用いてさらに検討を加えることにする。

降雨波形すなわち降雨時間分布の設定法としては、前述の y^* と x^* および x^* の発生時間 t^* が与えられた条件下で、すでに提案している条件付確率降雨波形を用いる。

 α . 計画降雨波形決定法の適用例と考察

(1) 総雨量とピーク時間雨量の等リターン⁹⁾ピリオド線 降雨資料として、徳島、木頭、本山、大阪の各地点を選び、24時間雨量データを大きさ順に観測年数とはほぼ同数程度抽出する。24時間雨量を y 、そのピーク時間雨量を x として、それらについて(8)式により無次元化し Freund 型分布のパラメータ(a_1 , b_1 , a_2 , b_2)を計算する。ここに、 m , n ; u_x , u_y は x, y のベギ乗指数、下限値であり、 σ_x , σ_y は x^* , y^* の標準偏差である。徳島の降雨資料に対する Freund 型分布の周辺分布 $F(x)$, $F(y)$ および年最大値分布の適合性を図-1, 図-2に示す。徳島以外の

$$\begin{aligned}
 P[\eta_{\max} \leq y] &= \exp[-\{1-F(y)\}\lambda_{xy}] & (1) \\
 P[\xi_{\max} \leq x] &= \exp[-\{1-F(x)\}\lambda_{xy}] & (2) \\
 P[\xi_{\max} \leq x, \eta_{\max} \leq y] &= \exp[-\{1-F(x, y)\}\lambda_{xy}] & (3) \\
 P[\xi_{\max} \leq x, \eta_{\max} \geq y] &= 1 - P[\xi_{\max} \leq x] - P[\eta_{\max} \leq y] \\
 &\quad + P[\xi_{\max} \leq x, \eta_{\max} \leq y] & (4) \\
 T_x &= 1 / \{1 - P[\xi_{\max} \leq x]\} & (5) \\
 T_y &= 1 / \{1 - P[\eta_{\max} \leq y]\} & (6) \\
 T_{xy} &= 1 / P[\xi_{\max} \leq x, \eta_{\max} \leq y] & (7) \\
 T^*_{x|y} &= 1 / [1 - \exp[-\{1-F(x^*|y^*)\}]] & (8) \\
 X &= (x^m - u_x) / \sigma_x, \quad Y = (y^n - u_y) / \sigma_y & (9) \\
 T^*_{xy} &> T^*_x & (10.a) \\
 0.5 \leq F(x^*|y^*) &\leq 0.9 & (10.b) \\
 2.5 < T^*_{x|y} < 10.6 & (11) \\
 1 < T^*_{x|y} > = T^*_{xy} / T^*_y &\leq 3 & (12)
 \end{aligned}$$

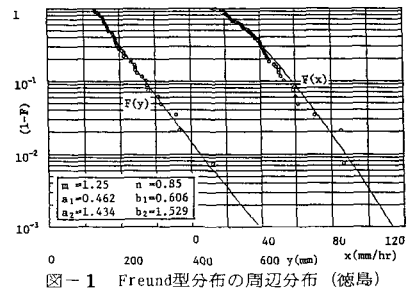


図-1 Freund型分布の周辺分布 (徳島)

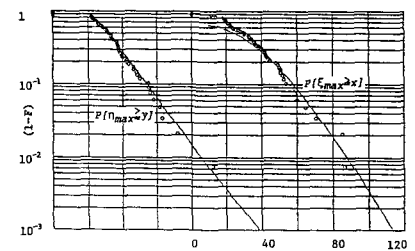


図-2 Freund型分布の年最大値分布 (徳島)

各地点とも同様に良好な適合性が得られ、Freund 型分布を用いることが妥当であることが明らかとなった。図-3は、Freund 型分布を用いた時の条件下における X の条件付確率線(実線)と X, Y の等リターンピリオド線(破線)を示すものである。

(2) 計画降雨波形の決定基準と波形設定 前述の $T_{x|y}^* = T_{xy}^* / T_y^*$ と(7)式で定義した $T_{x|y}^*$ の関係を、 $T_y^* = 50, 100, 200$ 年ごとに図示すれば図-4のようである。いま、 $T_y^* = 100$ 年として図-3および図-4より具体的に X^* を決定する上での基準の範囲を(9)~(11)式のように設定する。ここに、(9)式はピーク時間雨量 X^* よりも総雨量 Y^* を重視した場合の条件である。(10.a)式は、計画上、条件付確率 $F(X^*|Y^*)$ の上、下限としてそれぞれ、0.9, 0.5を考えたものであり、(10.b)式は、(10.a)式の $F(X^*|Y^*)$ の範囲に対して(7)式より計算される $T_{x|y}^*$ の範囲である。(11)式の下限は $T_{x|y}^* > T_y^*$ であることより、上限は図-4より $F(X^*|Y^*) = 0.9$ に対して $T_{x|y}^*$ がどの程度となることより設定したものである。

さて、各地点ごとに、(9)~(11)式の条件を同時に満足する範囲を、前述の $T_{x|y}^* \sim F(X^*|Y^*)$ の関係図の中に下限 L 点、上限 U 点として記入する。さらに、 $F(X^*|Y^*)$ をパラメータとし、横軸に(地点ごとに異なる X, Y の)相関係数 ρ 、縦軸に $T_{x|y}^*$ をとり直し、範囲をまとめれば図-5の点線内の領域となる。図より明かなように、徳島、本山については、 $F(X^*|Y^*) = 0.8$ でもはや設定条件が満足されていない。 $F(X^*|Y^*) = 0.7$ に対する $T_{x|y}^* = T_{xy}^* / T_y^*$ は、 X と Y の相関係数 ρ と関連があるものの、 $T_{x|y}^* = 1.5 \sim 2$ 程度となっている。これに対して $T_{x|y}^* = 3.9$ である。この条件付確率とよく似た概念であるカバー率が0.6~0.8程度であることも勘案すると、条件付確率 $F(X^*|Y^*) = 0.7$ ($T_{x|y}^* = 1.5 \sim 2$, $T_{xy}^* = 3.9$)でもってピーク時間雨量 X^* を決定することは十分、合理的であると考えられる。徳島の場合、この方法で決定すると $Y^* = 430$ (mm), $X^* = 85$ (mm/hr)となった。

決定した Y^*, X^* に対して条件付確率降雨波形($t^* = 20$ hr)を用いて得られた計画降雨波形を図-6に示し、比較のため、実績降雨引き伸ばし法による波形(引き伸ばし率1.77)を図-7に示す。実績降雨引き伸ばし法による降雨波形の T_x, T_{xy} の値を計算すると、それぞれ、2000, 2300年以上となり、非現実的なピーク時間雨量をもつ降雨波形となった。一方、本方法による計画降雨波形では、 Y^* に対して X^* を確率的な基準を設定した上で決定したため、実績降雨引き伸ばし法のような不合理が生じることはなく、引き伸ばし率についても考慮する必要がない。

以上、計画確率年に対する計画降雨量が与えられた場合、(9)~(11)式のピーク時間雨量の決定条件を設定し、これらの条件より、条件付確率0.7に対応するピーク時間雨量でもって計画降雨波形を決定する方法を提示した。

参考文献

- 1) 建設省河川局:建設省河川防衛技術基準(案)計画編,調査編,山海堂1977
- 2) Freund, J.E.: A bivariate extension of the exponential distribution, Jour. American Statistical Association, Vol. 56, 1961, pp. 971-977
- 3) 端野道夫: Marked point process 理論に従う二変量の同時確率, 第28回水理講演会論文集, 1984
- 4) 端野道夫, 北島俊史: 条件付確率降雨波形と条件付確率降雨強度曲線の提案, 第37回土木学会中国四国支部研究大会講演概要集, pp. 93~96, 1985

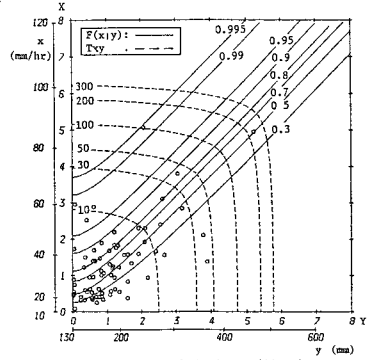


図-3 等確率線図(徳島)

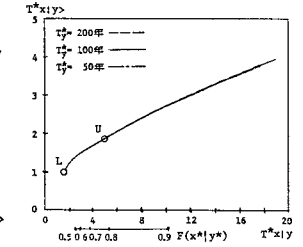


図-4 $T_{xy}/T_y - T_{xy}$ 図(徳島)

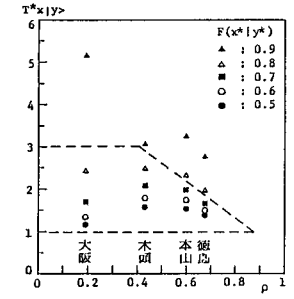


図-5 $\rho - T_{xy}/T_y$ 図(徳島)

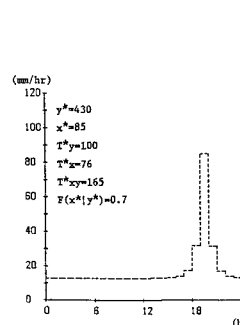


図-6 確率統計の基準により決定した計画降雨波形(徳島)

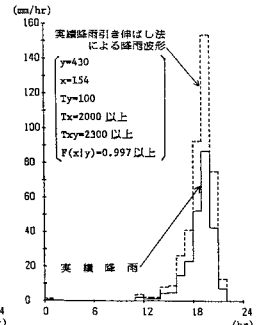


図-7 実績降雨引き伸ばし法による降雨波形(徳島)