急勾配流れの不定流に関する数値計算法の開発

大林道路㈱　正　員　○宮村　憲正
鳥取大学　工学部　　　　高野　泰斉
鳥取大学　工学部　正　員　道上　正規

１．　はじめに　　ダムの余水吐のような急勾配水路に水を流すと、その側壁の仕上り方や、粗度にもよるが，側壁に水があたるために衝撃波が起り、水路中央部の水深が、側壁部分の水深よりも高くなることがある。その水深がどの程度高さになるかよくわかってない。本研究では、急勾配水路において、不連続部（衝撃波）を含む流れを正確に計算できるような、数値シュミレーション法の開発し、急勾配水路の一次元流の計算を行った。

２．　基礎式

対象とする流れの基礎式は、連続式と運動量方程式からなる。

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0 \qquad -(1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(gM)=Ag(S_i-S_f) \qquad -(2)$$

ここに、Ａ：流水断面積、Ｑ：流量、ｔ：時間、ｘ：距離、ｇ：重力、Ｍ：比力、Si：水路床勾配
Sf：摩擦勾配

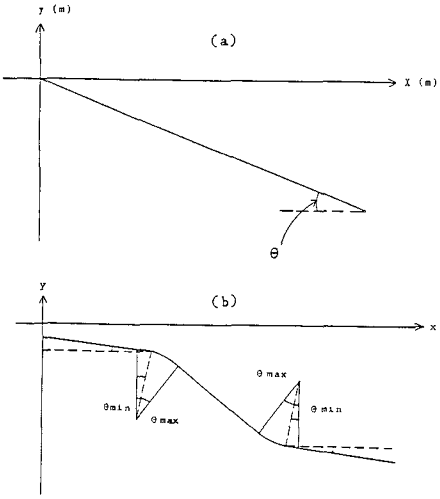
３．　数値計算法

本研究で開発した計算法では分割法を採用した。この方法は基礎式を２つの部分に分割し、それらを交互に計算することより、もとの式の近似解を構成する。基礎式は次のように分割される。

$$\begin{cases}\dfrac{\partial A}{\partial t}+\dfrac{\partial Q}{\partial x}=0\\[2ex] \dfrac{\partial Q}{\partial t}+\dfrac{\partial}{\partial x}(gM)=0\end{cases} \qquad -(3)$$

$$\begin{cases}\dfrac{\partial A}{\partial t}=0\\[2ex] \dfrac{\partial Q}{\partial t}=Ag(S_i-S_f)\end{cases} \qquad -(4)$$

(3) 式にはFlux-Corrected-Transport法を適用した。（以後ＦＣＴ法と呼ぶ）、また、(4) 式に対しては、この式がリカッチの方程式であるので、その厳密解を用いる方法を考えた。

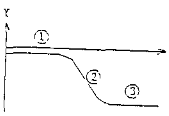


図・１　水路形状

表・１　水理条件

CASE	水路床勾配			水路長(m)	
1	1 / 50			14.0	
2	1 / 2			14.0	
	①	②	③	X	Y
3	1/500	2/5	1/500	7.0	1.1
4	1/10	4/5	1/10	7.0	3.0

備考
①②③については右の図を参照



４．　急勾配流れのシュミレーション

１）　水理条件

水路は図.1(a)(b)のように想定した。水路長および水路床勾配は表・１に示す。粗度係数は $n=0.015\,m^{-1/3}s$ であり、径深は水深で近似されるとする。

２）　初期条件および境界条件

CASE1 およびCASE2 では、はじめに $q=0.02\,m^2/s$ の流量と等流条件の水深 $h=(qn/I^{1/2})^{3/5}$ が与えられている。そして、上流端において、0.5 秒間に $q=0.02\,m^2/s$ から $0.04\,m^2/s$ になるまで流量を増加させる。

下流端は初期水深および流量が保たれるとする。CASE3 およびCASE4 では一定流量、q=0.01m²/s が与えられている。

3) 安定性および計算条件

差分格子Δt,Δx は、安定条件であるC.F.L.条件 $\max(u+\sqrt{gh})(\Delta t/\Delta x)<1$ を満たすように定めた。

CASE1,CASE2 はΔt=0.01秒、Δx=0.2mを用いた。

CASE3,CASE4 はΔt=0.01秒、Δx=0.1mを用いた。

4) 計算結果および考察

図・2(a)(b)にCASE1,2 の計算結果を示す。波は$u+\sqrt{gh}$ の伝播速度で進むのがわかる。不連続部においては、振動のない結果を得られたと考えられる。CASE2の場合に波先部分が、大きくふくらむ結果が得られた。これは、本計算法を用いるために起こるものなのか、あるいは、重力加速度の影響であるのか断定できない。この現象が水理的な現象かどうか判断するためには、実験を行う必要があろう。

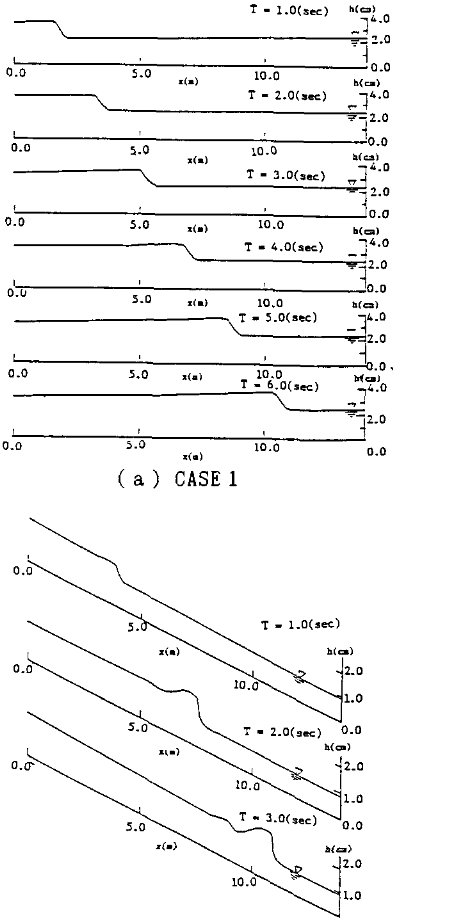
図・3にCASE3 の結果を示す。上流端付近の0<x<1.5mでは流れは、常流であるが、水路床勾配が急になる

るにしたがい加速され、2.5<x<5mでは、流れは射流となっている。ところが、水路床が再び緩やかになる5.5 <x<7m のところでは、流れは常流になることになるのでx＝5.2 m の付近に跳水と思われる不連続部が見られる。

また、図・4にCASE4 の結果を示す。この場合、上流端および下流端付近の水路床勾配が十分に急であるため全領域が射流となっている。このため不連続部が起るという現象は見られない。

以上の計算結果より、本研究で開発した、ＦＣＴ法とリカッチの方程式の解を用いる方法を結合した、計算法は、ある程度の勾配まで、水深、および流量に対して、振動のない高い精度の計算結果を与えることがわかった。

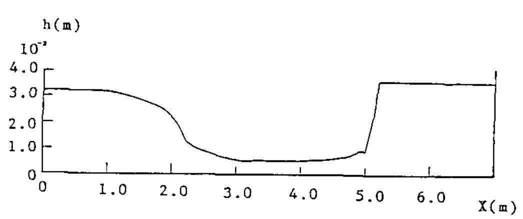
また、水路床勾配が途中変化する水路の流れを計算して、下流の跳水現象を予測することも可能であることがわかった。



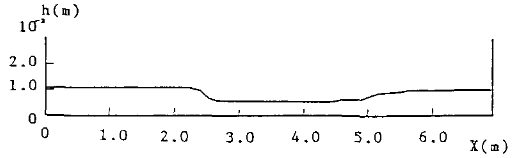
（a）CASE 1

（b）CASE 2

図・2 1秒ごとの水面形



図・3 CASE3 の水面形



図・4 CASE4 の水面形

（参考文献）

1)伊藤 剛：土木工学における数値解析 流体解析編 1976.

2)Gary.A.Sod: A Survy Of Sevral Finite Differense Methods For System Of Nolinear Hyperboli Conservation Hyperboli Conservation Laws,J.Comp.Phys,1978.