

ト レ ー サ 粒 子 の 流 跡 比 較

福山大学工学部 正員○梅田 真三郎

福山大学工学部 正員 野村 勝 美

1. まえがき

流れの可視化計測では、流れの中に置かれたトレーサ粒子の運動がどの瞬間にも流体粒子のそれと一致しているかどうかが問題として残っている。そこで今回は、数値計算で得られた平面2次元の定常流れ場に種々のトレーサ粒子を投入したときの流跡の違いを考察した。

2. 理論解析解¹⁾

流れに単一粒子が混入された場合を考え、粒子を半径 r の球とし、流速 u_f と粒子速度 u_p の差が小さいものとする、粒子に作用する外力が、その慣性力と釣合うBasset、Boussinesq及びOseenによる運動の式により表現され、粒子速度はこの運動の式より求められる。

運動の式に次の(1)の各々の式を代入して整理すると(2)式の積分方程式が得られる。この式にてでくる流速に関する項については解の重ね合せが可能であり、またKernel $K(t_k, \tau_k)$ は摩擦力とパーセット力の大小関係によりいずれかの力に関する項の省略や級数表示ができる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{\rho_p}{\rho_f} \quad , \quad \gamma = \frac{\sigma - 1}{\sigma + 1/2} \quad , \quad T = \frac{2r^2(\sigma + 1/2)}{9\nu} \quad , \quad U_s = \frac{2r^2(\sigma - 1)}{9\nu} g \quad , \quad t_* = t / T \\ u(t_k) &= \frac{dv}{dt_k} \quad , \quad v(t_k) = \int_0^{t_k} u(\tau_k) d\tau_k + v_0 \quad , \quad v_0 = v(0) \quad , \quad \lambda = \sqrt{\frac{9}{2\pi(\sigma + 1/2)}} \\ f(t_k) &= U_s + \gamma \frac{du_f}{dt_k} - v_0 \quad , \quad K(t_k, \tau_k) = -\left(1 + \frac{\lambda}{\sqrt{t_k - \tau_k}}\right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$u(t_k) = f(t_k) + \int_0^{t_k} K(t_k, \tau_k) u(\tau_k) d\tau_k \quad (2)$$

今回は、(I) パーセット項がない場合及び(II)摩擦項とパーセット項がともにある場合について検討を行った結果以下の(3)式のような理論解析解を導くことができる。

$$\left. \begin{aligned} u_f - u_p &= v_0 S_k + \left(U_s + \gamma \frac{du_f}{dt} \right) (1 - S_k) & (I) : S_k &= e^{-t_*} \\ & & (II) : S_k &= e^{-t_*} - K_k \\ K_k &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^n 2 \sqrt{\frac{t_k}{\pi}} \frac{t_k^n}{n!} \left\{ (-1)^k \frac{2n!!}{(2n+1)!!} {}_{n+k}C_{2k+1} (\lambda \sqrt{\pi})^{2k+1} \right. \\ & \quad \left. + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{k=0}^{n-2} (-1)^n \frac{t_k^n}{n!} \left\{ (-1)^k {}_{n+k}C_{2k+2} (\lambda \sqrt{\pi})^{2k+2} \right\} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

3. 流跡線

理論解析解に基づき、流れ場に投入する粒子の軌跡を調べるにあたって、まず差分法のSOLA法による数値計算によって平面2次元の角柱背後の流れを再現した。

再現された角柱背後の流れには、計算初期に双子型の渦ができ、時間とともにカルマン渦列があらわれた。今回はこの流れの中から双子型の渦が再現されているCYCLE=50とカルマン渦列が再現されているCYCLE=260の二つの流れ場をとり出し、それぞれの定常流れに種々の比重と粒径をもつ粒子を投入した場合の流跡線を求めた。なお、CYCLE は流れの計算開始からの経過時間を表わす。

今回流れ場を定常流れとしているので、基準なる流跡線として流れに最も追従すると考えられる粒子である比重 $\sigma=1.0$ で粒径が非常に小さい場合に相当する $t_k = t/T = 10.0$ の粒子を投入したときの流跡線から求めた。

計算結果の一例として CYCLE=260 の場合の基準なる流跡線を図-1 に示す。カルマン渦列のそれぞれの渦の中心付近に粒子を投入した結果、各々の粒子は渦の中心から外に向って遠心旋回を示し、計算領域の右境界外へと粒子が移動する流動状況を示している。比重が 1.0 より大きい場合には、旋回数は異なるが基準なる流跡線と同じ遠心旋回の流況を示す。また比重が 1.0 より小さくて粒径も比較的小さい場合にも遠心旋回を示すが、粒径がある程度以上の大きになると渦の周辺に投入した粒子が渦の中心へ向う向心旋回を示すようになる。その結果の一例として比重 $\sigma=0.5$ で $t_k=0.5$ の場合が図-2 である。

遠心及び向心旋回を示す個々の渦をみてみると、比重、粒径、CYCLE 及び渦の位置などによって渦の旋回特性が異なっている。その考察結果の一

例として、比重が 1.0 より小さい場合の t_k と旋回数比の関係を図-3 に示す。旋回数比は、基準なる旋回を示す比重が 1.0 の場合の旋回数でそれぞれの旋回数を割ったものである。それぞれの比重において t_k のある値付近で遠心と向心の旋回に分かれる。例えば $\sigma=0.5$ の場合、 t_k が 1.0 より大きい場合には遠心旋回を示し、逆に t_k が 0.8 程度より小さい場合には向心旋回を示す。このことを粒径からみた場合には、ある粒径以下の非常に小さな粒子の場合にはほぼ流れに追従し、粒子の比重が 1.0 以下でも遠心旋回を示す。逆にある粒径以上になると向心旋回を示す結果となっている。

運動の式におけるパーセット項の取扱いは、粒径・比重の違いで旋回状況などの流跡特性が異なるところがある。図-3 の結果では、向心旋回を示すような粒径が大きい場合に旋回数が異なってくる。

その他の計算及び考察結果については紙面の都合で省略し、発表時に述べる。

なお、本研究を進めるにあたり日本学術振興会より流動研究員としての補助金を受け、神戸大学箕原亮教授に御指導を賜った。記して謝意を表する。

(参考文献)

- 1) 箕原亮：流速分布可視化に使用するトレーサ粒子の比較、流れの可視化学会誌、Vol.5、NO.18、1985
- 2) 梅田真三郎、森行裕章：カルマン渦列のグラフィック表示について、土木学会中・四国支部学術講演会、1985

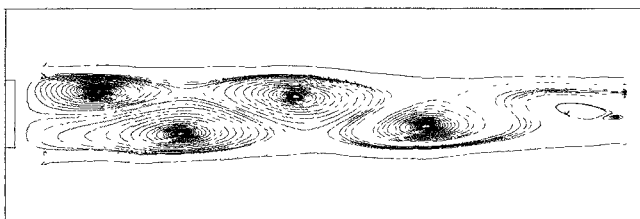


図-1 流跡線図 ($\sigma=1.0$, $t_k=10.0$)

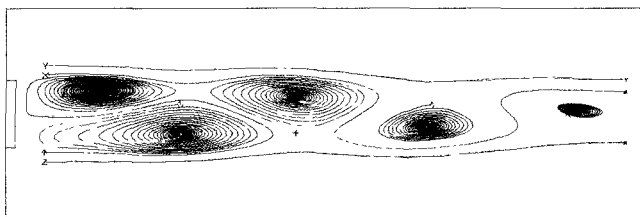


図-2 流跡線図 ($\sigma=0.5$, $t_k=0.5$)

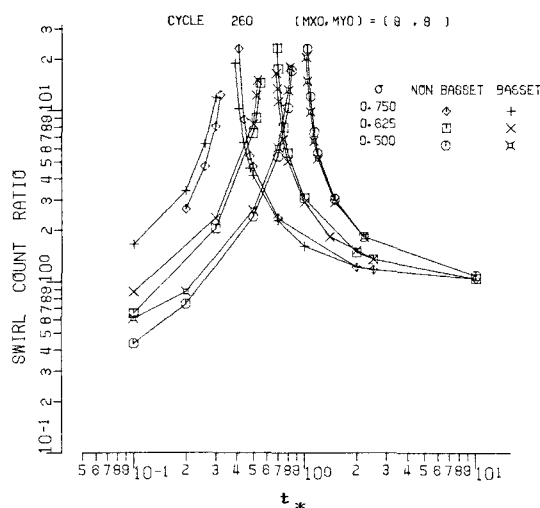


図-3 t_k と旋回数比の関係