

## 地盤と基礎の動的相互作用における グリーン関数について

岡山大学工学部 正員 竹宮 宏和  
岡山大学工学部 学正員 ○田中 宏明

### 1. まえがき

地盤と基礎の動的相互作用問題において地盤のインピーダンス関数の評価が重要となる。根入れ基礎に対して同関数を計算するには、現在のところ直接的には有限要素法が有効な手法である。一方、波動場の線形重ね合わせ則を利用して、基礎のない自然地盤に対する変位グリーン関数を利用することができる。本研究では、上記の両手法による地盤と剛体基礎のキネマチックな相互作用を扱って比較してみたものでここに報告する。

### 2. 定式化

<変位グリーン関数> 地盤を成層構成の3次元粘弾性体と仮定する。層内の任意の深さにおいて加振（点加振、リング加振、ディスク加振状態等、図1参照）された波動場を解析するため、Waas, Kauselらは深さ<sup>1)2)</sup>方向に離散化して半解析解を求めている。本解析では、地盤のフレキシビリティを評価するために、これらを利用する。

<地盤と基礎のキネマチックな相互作用> 本研究では、地盤-基礎系の動的解析をサブストラクチャ法から行う。そのため地盤-基礎系を図2のように分離してみる。ここで、無限遠の境界条件を有する地盤に自然地盤（基礎の建設前の掘削部を持たない）を探っていることに注意されたい。これは上記のグリーン関数が掘削部のない成層地盤に対して求められているためである。

いま、基礎周面上の節点（インターフェイス節点）における地盤（ $S_0 + S_1$ ）のフレキシビリティマトリックスを計算するため、基礎底面を除くインターフェイス節点にはリング加振状態（R）、基礎底面位置にはディスク加振状態（D）を想定する（図3参照）。その結果、

$$\begin{Bmatrix} \mathbb{U}_1^R \\ \mathbb{U}_2^R \\ \vdots \\ \mathbb{U}_{n-1}^R \\ \mathbb{U}_n^D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbb{F}_{11}^R & \mathbb{F}_{12}^R & \cdots & \mathbb{F}_{1n-1}^R & \mathbb{F}_{1n}^D \\ \mathbb{F}_{12}^R & \mathbb{F}_{22}^R & \cdots & \mathbb{F}_{2n-1}^R & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbb{F}_{1n-1}^R & \mathbb{F}_{2n-1}^R & \cdots & \mathbb{F}_{n-1n-1}^R & \cdots \\ \mathbb{F}_{1n}^D & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbb{F}_{nn}^D \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbb{P}_1^R \\ \mathbb{P}_2^R \\ \vdots \\ \mathbb{P}_{n-1}^R \\ \mathbb{P}_n^D \end{Bmatrix} \quad \text{あるいは、} \quad \mathbb{U} = \mathbb{F}_{(S_0+S_1)} \mathbb{P} \quad (1)$$

を得る。ここに  $\mathbb{F}_{S_0+S_1}$  は自然地盤に対して基礎とのインターフェイス節点におけるフレキシビリティを定義している。この逆（インバース）として同動的剛性マトリックス（インピーダンスマトリックス）が評価される。したがって、図1から基礎とのインターフェイス節点における周辺地盤インピーダンスは、

$$\mathbb{K}_{S_0}^i = (\mathbb{F}_{S_0+S_1}^{-1}) - \mathbb{K}_{S_1}^i = \mathbb{K}_{S_0+S_1}^i - \mathbb{K}_{S_1}^i \quad (2)$$

ただし、 $\mathbb{K}_{S_1}^i$  は基礎の根入れ部分を置換した地盤の剛性マトリックスである。次に剛体基礎と上式（2）

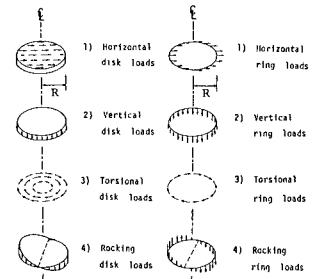


図1  
リング及びディスク加振状態

$$\begin{array}{c} F \\ \hline S_0 \end{array} = \begin{array}{c} S_1 \\ \hline S_0 \end{array} - \begin{array}{c} S_1 \\ \hline S_0 \end{array} + \begin{array}{c} F \\ \hline \end{array}$$

図2 サブストラクチャ法

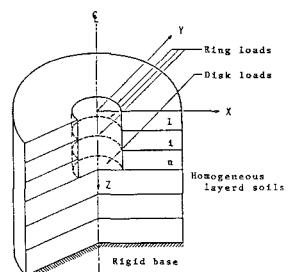


図3 ケーソンモデル図

の地盤インピーダンスの連成振動を定式化するにあたり、まず後者を前者の重心位置に剛体条件を使って縮合する。その結果、

$$|K_{S_0}^F| = \bar{T}^T |K_{S_0}^i| \bar{T} \quad (3)$$

ただし、 $\bar{T}$  は変換マトリックスである。

<地盤インピーダンスマトリックス $[|K_{S_0+S_1}|]$ の作成法>

変位グリーン関数を用いて地盤のフレキシビリティを評価する際、境界条件の設定で異なる方法が考えられる。

【一様分布の加振状態に対する解】 自然地盤において、

基礎とのインターフェイス節点にリング加振あるいはディスク加振を行って、中心軸上の節点における平均応答を求めて、また同節点に回転自由度を導入するため、これに関係した変位を求めた。表1にXYZ直交座標上の変位と $r\theta Z$ 円筒座標上のフーリエ振幅との対応を示しておく。

【剛体運動に適合した加振状態に対する解】 剛体の3次元運動は、フーリエ級数展開した $n=0, 1$ の対称および逆対称モードを使って表わせる。まず、これらの各フーリエモードを用いて剛体重心に関するフレキシビリティを作成する。その後、剛体変位状態から水平並進量において  $\hat{U}_r = \hat{U}_\theta \approx U_x$  (or  $U_y$ ) を課す。その結果、次の剛性マトリックスが誘導される。

$$\begin{pmatrix} P_{\theta z} \\ P_z \\ (P_x) \\ (P_y) \\ (P_\theta) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} |K_{\theta x}| & & & & \\ & |K_z| & & & \\ & & |K_x| & & \\ & & & |K_{\theta y}| & \\ & & & & |K_{y\theta x}| \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_z \\ U_z \\ (U_x) \\ (U_y) \\ (\theta_x) \end{pmatrix} \quad (4)$$

### 3. 解析例及び考察

本研究の解析対象構造物として図4に示すケーソン基礎構造物を用いた。地盤は成層地盤、下方境界は剛基盤、さらにケーソン基礎は剛体を仮定した。一様加振状態の変位グリーン関数より地盤フレキシビリティを介して同剛性マトリックスを評価した。図5はケーソン基礎の重心位置での地盤インピーダンスを伝達境界を用いた有限要素法と比較したものである。各インピーダンスにおいて実部が有限要素法より全体的に少し小さな値を示めている。これは一様加振状態が本来の応力状態を正確に表現していないことによると考えられる。今後、第2の手法である剛体運動に適した加振状態による地盤剛性の評価が必要であり、著者らは現在検討中である。なお、本研究を進めるに当たり御協力頂いた合田、王両貴兄に深く感謝いたします。

#### 参考文献

- 1) Eduardo Kusel; An Explicit Solution For The Green Function For Dynamic Loads In Layered Media, 1981.5
- 2) G.Vaas, H.R.Riggs And H.Werkel; Displacement Solutions For Dynamic Loads In Transversely -Isotropic Stratified Media, Earthquake Engineering And Structural Dynamics, Vol.13, 1984.3, pp.173-193

地盤特性 変位	$P_x$	$P_y$	$P_z$	$M_x$	$M_y$	$M_z$
$U_x$	$\frac{1}{2}(\hat{U}_r + \hat{U}_\theta)$					$\frac{1}{2}(\hat{U}_r + \hat{U}_\theta)$
$U_y$		$\frac{1}{2}(\hat{U}_r + \hat{U}_\theta)$		$\frac{1}{2}(\hat{U}_r + \hat{U}_\theta)$		
$U_z$			$\hat{U}_z$			
$\theta_x$			$\frac{1}{2}(\hat{U}_r + \hat{U}_\theta)$		$\tan^{-1}(-\hat{U}_z/R)$	
$\theta_y$	$\frac{1}{2}(\hat{U}_r + \hat{U}_\theta)$					$\tan^{-1}(\hat{U}_z/R)$
$\theta_z$						$\tan^{-1}(-\hat{U}_\theta/R)$

表1 変位の評価

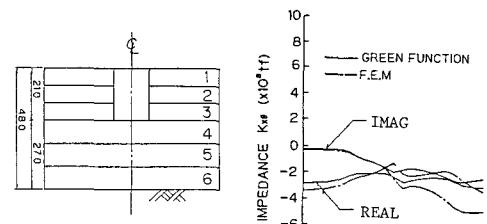


図4 解析対象地盤

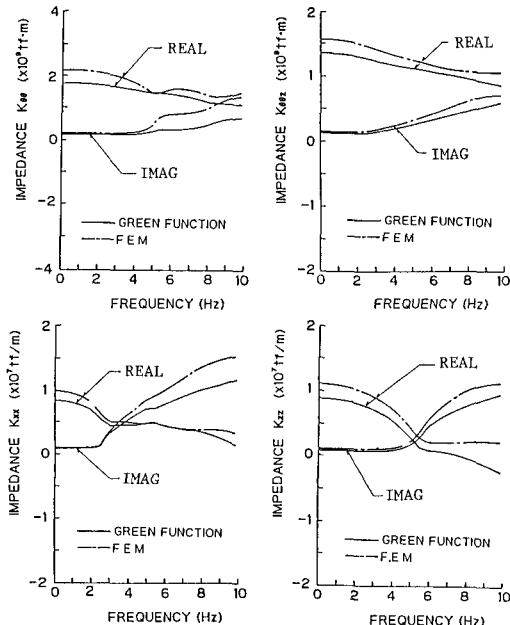


図5 フーチング重心におけるインピーダンス関数