

板構造の有限変位応答解析について

愛媛大学工学部 正会員 大賀 水田生
 徳山工専 正会員 原 隆
 巴組鉄工所 正会員 中嶋 浩之
 愛媛大学大学院 学生員 ○村田 基治

1. まえがき

面内および面外変動荷重を受ける板構造の動的応答解析は、各種の方法により数多く行なわれているが、有限変形解析理論に基づいた解析例については、あまりその例を見ない。そこで、本研究では有限変形理論に基づいた動的応答解析理論の展開を行なうとともに、演算時間の短縮を計るため、幾つかの簡略化を試みた。そして、これらの簡略化が応答波形および計算時間におよぼす影響を調べるとともに、本解析法の妥当性・有効性を検討した。

2. 解析方法

変動荷重を受ける板構造（図-1）の面内および面外振動を考慮した増分形運動方程式は、時刻 $(t + \Delta t)$ および時刻 (t) での運動方程式より次式のように得られる。

$$M \Delta \ddot{x} + C \Delta \dot{x} + [K + \sigma(t + \Delta t) K_0] \Delta x = \Delta F - \Delta \sigma K_0 x(t) \quad (1)$$

ここに、 M 、 C 、 K 、 K_0 は、それぞれ質量、減衰、剛性および幾何剛性マトリックス、 Δx 、 $\Delta \dot{x}$ 、 $\Delta \ddot{x}$ は、変位、速度、加速度の増分ベクトル、 ΔF 、 $\Delta \sigma$ は、外力および応力の増分ベクトルである。本研究では、式(1)をNewmarkの β 法を用いて数値積分し、各時刻での変位、速度、加速度を求める。また、板に生じる応力の計算に際しては、幾何学的非線形性を考慮するため、Murray-Wilson¹⁾の座標移動法を用いた。

3. 数値計算での簡略化

a) 面内振動を無視することによる簡略化

面内振動を考慮した場合の運動方程式は

$$\begin{bmatrix} m_{ss} & 0 \\ 0 & m_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{x}_s \\ \Delta \ddot{x}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & C_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x}_s \\ \Delta \dot{x}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & K_b + \sigma K_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x_s \\ \Delta x_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta F_s \\ \Delta F_b \end{Bmatrix} \quad (2)$$

また、式(1)において面内振動を無視した場合の運動方程式は

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta \ddot{x}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta \dot{x}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & K_b + \sigma K_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta x_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta F_s \\ \Delta F_b \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここに添字 s および b はそれぞれ面内および面外成分を表している。

この簡略化の妥当性を検討するために、面内振動を考慮した場合（式2）と、無視した場合の運動方程式（式3）を用いて一辺100 cmの四辺単純支持板が、面外荷重及び面内荷重を受ける場合について応答解析を行なった。得られた応答波形の比較より面内振動は応答波形にほとんど影響をおよぼさないことが明らかになった。また、解析結果が収束するための最大の時間分割 Δt は面内振動を無視することにより、面内荷重を受ける場合は約3倍、面外荷重を受ける場合は約5倍大きくすることが可能であった。

b) 座標変化を無視することによる簡略化

本研究で展開した、有限変形理論に基づく解析法では、板の時間的形狀変化を考慮するため、各時間間隔ごとに、式(1)の剛性マトリックス $K(x(t), y(t))$ 、幾何剛性マトリックス $K_0(x(t), y(t))$ および $\sigma(t)$ を作成する必要があるが、微小変形解析法に比較して、大きな計算時間が必要となる。そこで、剛性マトリックス K 、幾何剛性マトリックス K_0 の変化による影響は応力 σ の変化による影響に比較して小さいとい

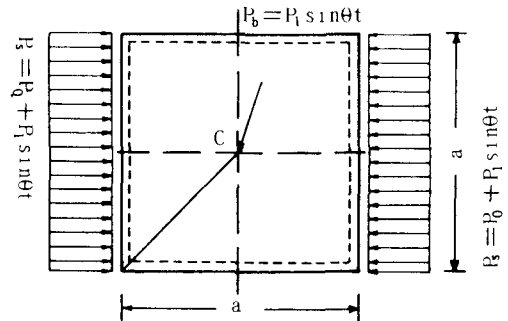


図-1 変動荷重を受ける板構造

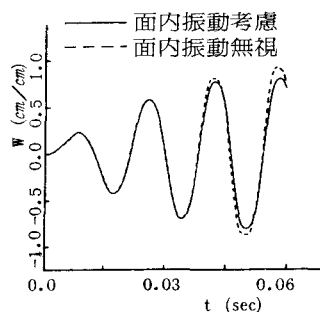
う考えに基づき、これを無視することにより簡略化を試みた。この簡略化の妥当性を検討するため、形状変化を考慮した場合および無視した場合の運動方程式を用いて、数値解析を行なった。図-2に応答波形の比較を示している。面内荷重を受ける場合は、板厚の7/10程度の振幅において、形状変化を無視した場合のほうが約2%ほど大きくなっているが、面外荷重を受ける場合は、いずれの応答波形もよく一致している。表-1に形状変化を考慮した場合と無視した場合の計算時間の比較を示している。形状変化を無視することにより、面内荷重の場合は約60%、面外荷重の場合は約55%の計算時間が短縮できた。

4. 数値計算結果および考察

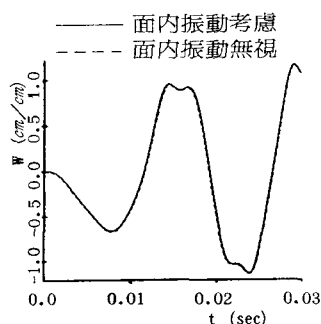
解析モデルは、面内周期荷重 $P = P_0 + P_1 \sin \theta t$ ($P_0 = 1000 \text{ kg}$, $P_1 = 400 \text{ kg}$) を受ける一辺45cmの四辺単純支持正方形板である。作用させた荷重の動的安定、不安定領域図での位置を図-3に示す。A1, A2, A3, および、A4で示す外力の振動数はそれぞれ34Hz, 36Hz, 38Hzおよび40Hzであり、斜線部分が不安定領域を示す。安定領域では微小変形解析法および本解析法により得られた応答波形の特性は良く一致している。一方、不安定領域付近(図-4)では、微小変形解析法による応答波形は発散しているが、本解析法では幾何学的非線形性の影響により振幅が抑えられている。

参考文献

- 1) Murray, D.W. and Wilson, E.L., "Finite-Element Large Deflection Analysis of Plates", ASCE, Vol. 95, No. EM1, 1969



(a) 面内荷重



(b) 面外荷重

図-2 応答波形

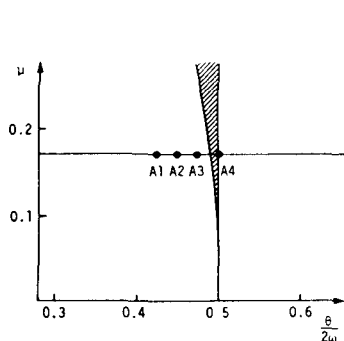
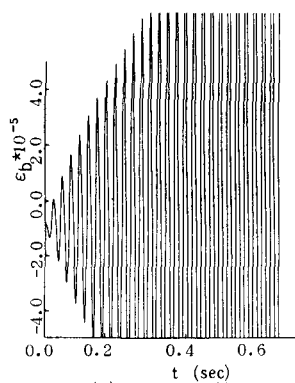
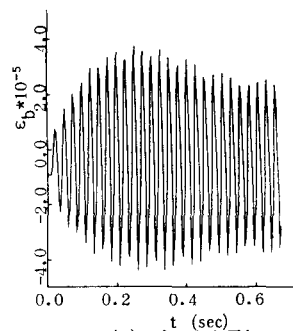


図-3 安定・不安定領域図



(a) 微小変形



(b) 有限変形

図-4 応答波形(A4)

表-1 CPU Timeの比較

	形状変化を考慮する	形状変化を考慮しない	CPU Timeの比率
面外荷重			
Total CPU Time (Step100)	28.19 sec	12.63 sec	44.80 %
面内荷重			
Total CPU Time (Step300)	78.20 sec	32.59 sec	41.68 %