還元法による鋼製箱桁の断面変形挙動解析

鳥取大学工学部　正員　神部　俊一
首都高速道路公団　○正員　中本　浩志
エイトコンサルタント　竹中　健二
川鉄建材　田中　善昭

1．まえがき

バランシング工法によって架設する途中に現われる構造形式である、一端が固定支持で他端が単純支持された三室断面箱桁に対して、横断面のゆがみに起因する箱桁の力学的特性を明らかにすべく解析を行なった。　解析に当っては、還元法によって定式化された一般化座標法[1)]を用いているが、格間行列に含まれる双曲線関数項の値が、行列の乗算の繰り返しによって著しく増大することによる数値計算上の誤差を回避する目的で、桁の両端に座標系を設定して計算を進める方法である“はさみ込み法”を適用した。

2．記号と基礎関係式[1)]

桁軸方向にｚ－座標、横断面の輪郭線方向にｓ－座標、さらに、両者に直交する方向にｎ－座標を設定する。　解析に用いられる主要な物理量に対する記号の意味と基礎関係式とを要約して以下に示す。

$\Phi(s),\Psi(s)$ ：　横断面の面外変位モードと輪郭線方向の面内変位モードを意味する一般化座標 $\phi_j(j=1,\cdots,m)$, $\psi_k(k=1,\cdots,n)$　が成分であるｍ次とｎ次の列ベクトル

$X(s)$ ：　横断面の輪郭線に直交する方向の面内変位モードを意味する一般化座標　$\chi_k(k=1,\cdots,n)$が成分であるｎ次の列ベクトルで　$\Psi(s)$ に関連して一義的に定まる。

$U(z),V(z)$ ：　横断面の面外変位と輪郭線方向の面内変位に関連する一般化変位　$U_j(j=1,\cdots m)$, $V_k(k=1,\cdots,n)$　が成分であるｍ次とｎ次の列ベクトル

Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｒ：　列ベクトル　$\Phi(s),\Psi(s)$ から定められる一般化された剛性係数を成分とする、それぞれ、（ｍ，ｍ）型，（ｍ，ｍ）型，（ｍ，ｎ）型，（ｎ，ｎ）型　の行列

$M(z),Q(z)$ ：　垂直応力度σ_Z ，せん断応力度τ_{ZS}　と列ベクトル　$\Phi(s),\Psi(s)$ とを用いて定義され、それぞれ面外方向と面内方向に作用する一般化された断面力　$M_j(j=1,\cdots,m)$、$Q_k(k=1,\cdots,n)$　が成分であるｍ次とｎ次の列ベクトル

$Q^*(z)$：　桁の単位表面積当りに作用する分布荷重と列ベクトル　$\Psi(s),X(s)$ とを用いて定義される一般化された分布荷重　$Q^*_k(k=1,\cdots,n)$ が成分であるｎ次の列ベクトル

Ｅ，Ｇ：　断面を構成する鋼板要素のヤング係数とせん断弾性係数

物理量$(\cdots\cdots)$ の座標ｓとｚに関する導関数をそれぞれ　$(\cdots\cdots)^{\cdot}$, $(\cdots\cdots)'$で表せば、基礎となる主要な関係式と方程式は以下のようになる。

変位成分　：　$u(s,z)=\Phi(s)^T U(z)$,　$v(s,z)=\Psi(s)^T V(z)$　$\cdots\cdots(1)_{1\sim2}$

応力度成分　：　$\sigma_Z(s,z)=E\Phi(s)^T U(z)'$, $\tau_{ZS}(s,z)=G\ (\Phi(s)^{\cdot T}U(z)+\Psi(s)^T V(z)')$　$\cdots\cdots(2)_{1\sim2}$

構成方程式　：　$M(z)=EAU(z)'$,　$Q(z)=G\ [C^T U(z)+RV(z)']$　$\cdots\cdots(3)_{1\sim2}$

平衡方程式　：　$M''-\gamma^{-1}HA^{-1}M+CR^{-1}Q^*=0$,　$Q'+Q^*=0$　$\cdots\cdots(4)_{1\sim2}$

ここに、　$\gamma=E/G$,　$H=B-CR^{-1}C^T$　$\cdots\cdots(5)_{1\sim2}$

3．解析方法

はさみ込み法は、図－１に示すように桁の両端に座標系を設けて両側から格間行列と格点行列との乗算を繰り返し進めていき、桁の中央付近の適当な位置において両側から求めた状態量ベクトルが一致するという条件に基いて、桁の両端の初期状態量ベクトルを決定する方法である。

以下において、右側座標系に関係する諸量であることを示すのに、上付の記号～を用いて左側座標系に関係するものと区別する。　右側の輪郭線方向の座標については、その設定方法を左側のそれと同じにすることにより、両座標系に対して次の関係式を得る。

$$ds = d\tilde{s} \;,\quad dz = -d\tilde{z} \qquad \cdots\cdots(6)_{1\sim2}$$

つぎに、

$$\Phi = \tilde{\Phi} \;,\quad \Psi = \tilde{\Psi} \;,\quad X = \tilde{X} \qquad \cdots\cdots(7)_{1\sim3}$$

$$u = -\tilde{u} \;,\quad v = \tilde{v} \qquad \cdots\cdots(8)_{1\sim2}$$

とおけることに注意すれば、式 $(1)_{1\sim2}$ より

$$U = -\tilde{U} \;,\quad V = \tilde{V} \qquad \cdots\cdots(9)_{1\sim2}$$

を得る。　さらに、式 $(6)_1$ ，$(7)_{1\sim2}$ ，$(9)_{1\sim2}$ より次の関係式が成立する。

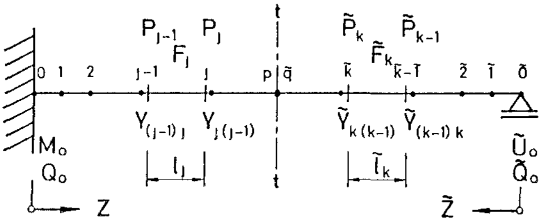
$$A = \tilde{A} \;,\quad B = \tilde{B} \;,\quad C = \tilde{C} \;,\quad R = \tilde{R} \qquad \cdots\cdots(10)_{1\sim4}$$

$$\sigma_Z = \tilde{\sigma}_Z \;,\quad \tau_{ZS} = -\tilde{\tau}_{ZS} \qquad \cdots\cdots(11)_{1\sim2}$$

従って、一般化された断面力と分布荷重の両座標系に関する関係式は、式 $(3)_{1\sim2}$ ，$(10)_{1\sim4}$ より、或いは式 $(11)_{1\sim2}$ を所要の定義式に用いることにより次式で与えられる。

$$M = \tilde{M} \;,\quad Q = -\tilde{Q} \;,\quad Q^* = \tilde{Q}^* \qquad \cdots\cdots(12)_{1\sim3}$$

上記の諸関係式に注意すると、両座標系に関して構成方程式と平衡条件式の表示式が一致するので、格間行列と格点行列の表示式も両座標系で一致する。



図－１　座標系と初期状態量ベクトル

そこで、(2m+2n+1) 次の状態量ベクトルを　$Y = [\ V\ ,\ U\ ,\ M\ ,\ Q\ ,\ 1\ ]^T$　で定義し、格点 j の左端と右端に関するものには、それぞれ添字 j-1，j と j，j+1 を付けて表わす。　さらに、桁の左端と右端の (2m+2n+1,m+n+1) 型の境界行列をそれぞれ B_L ，$\tilde{B}_R$ とし、格点 j（隔壁取り付け位置）と格間 j に関する (2m+2n+1,m+n+1) 型の格点行列と格間行列をそれぞれ　P_j ，F_j とする。　ここで、図－１に示す断面 t-t の両座標系に関する状態量ベクトル $Y_{p(p-1)}$ ，$\tilde{Y}_{q(q-1)}$　を桁の左端と右端の (m+n)次の自由量ベクトルと１とから構成される (m+n+1) 次の初期状態量ベクトル　Y_L ，$\tilde{Y}_R$ を用いて表わすと次のようになる。

$$Y_{p(p+1)} = P_p\ F_{p(p-1)}\,P_{p-1}\ \cdots\cdots\ P_1\ F_{01}B_L\ Y_L \equiv N_p\ Y_L \qquad \cdots\cdots\ (13)$$

$$\tilde{Y}_{q(q-1)} = \quad \tilde{F}_{q(q-1)}\,\tilde{P}_{q-1}\ \cdots\cdots\ \tilde{P}_1\ \tilde{F}_{01}\tilde{B}_R\ \tilde{Y}_R \equiv \tilde{N}_q\ \tilde{Y}_R \qquad \cdots\cdots\ (14)$$

つぎに、断面 t-t　において関係式 $(9)_{1\sim2}$ ，$(12)_{1\sim2}$ と恒等式 1 = 1　とから構成される (2m+2n+1) 次の接続行列　C_{pq}　を用いると、初期状態量ベクトル　Y_L ，$\tilde{Y}_R$ を定めるための方程式は式 (13),(14)より次式で与えられる。

$$N_p\ Y_L = C_{pq}\tilde{N}_q\ \tilde{Y}_R \qquad \cdots\cdots\ (15)$$

最後に、式 (15) を解いて桁の両端の初期状態量ベクトルが求まれば、これらに順次に境界行列、格間行列、格点行列を乗じていけば任意断面の状態量ベクトルが求まることになる。

数値計算例については紙面の都合で省略するが、講演会当日に発表する。

参考文献

1）　神部俊一・中谷義紀　：一般化座標法の還元法による定式化，構造工学論文集　Ｖｏｌ．３１Ａ，１９８５－３