

境界要素-伝達マトリックス法の2次元弾性問題への適用について

愛媛大学工学部 正会員 大賀 水田生
 徳山工専 正会員 重松 恒美
 徳山工専 正会員 原 隆
 愛媛大学大学院 学生員 ○片岡 省二

1. まえがき

境界要素法(BEM)は、境界上の離散化のみで解析可能であるため、入力データや計算機容量を有限要素法(FEM)に比較して大幅に軽減でき、小型計算機を用いた構造解析に適している。しかし、不均質領域に対して用いられる領域分割法(BEMS)は、大きな計算機容量を必要とし上述の境界要素法の利点を失うことになる。そこで著者らは、前報¹⁾において境界要素法と伝達マトリックス法を組合せる解析法(BETM)を提案した。本研究では、本解析法の効率を向上させるために伝達マトリックスの作成に回転マトリックスを導入することを試み、従来のBETMあるいはBEMとの比較を行なうことにより、本解析法の妥当性および有効性を検討した。

2. 解析手順

1) BETM法

本法では、図-1に示すように、構造物をいくつかのストリップに分割し、各ストリップに次式で与えられる境界要素法の基礎関係式を導入する。

$$H u = G p \quad (1)$$

ここに、 u 、 p は各ストリップの境界上の変位、表面力ベクトルであり、 H 、 G は係数マトリックスである。式(1)の両辺に G^{-1} を前掛け $K = G^{-1}H$ と置けば次式を得る。

$$p = K u \quad (2)$$

式(2)を変換することにより、ストリップの左右の内部境界上の状態量が次式により関係づけられる。

$$\bar{z}^r = T \bar{z}^l \quad (3)$$

$$\begin{cases} \bar{z}^r & ; \text{右端内部境界状態量} \\ \bar{z}^l & ; \text{左端内部境界状態量} \\ T & ; \text{伝達マトリックス} \end{cases}$$

2) 回転マトリックスの導入

図-2に示すような断面においてはストリップ i での局所座標系の伝達式(3)はストリップ1での伝達マトリックス T_1 を用いて次式のように表される。

$$\bar{z}^r = T_1 \bar{z}^l \quad (4)$$

ここで、回転マトリックス R を用いて局所座標系に関する状態量 $\bar{z}^r$ 、 $\bar{z}^l$ を全体座標系に変換し、整理すると次式のような全体座標系の伝達式が得られる。

$$\bar{z}^r = R^T T_1 R \bar{z}^l = T \bar{z}^l \quad (5)$$

3. 数値計算例と考察

1) 等分布圧縮荷重を受ける片持長方形板

回転マトリックスを導入した本解析法(BETM(2))の妥当性を検討するために本法を用いて、図-3に示すような等分布圧縮荷重を受ける片持長方形板の解析を行い、

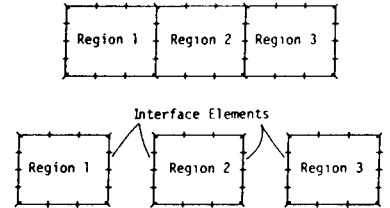


図-1 領域分割

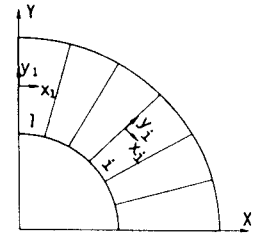


図-2 座標変換

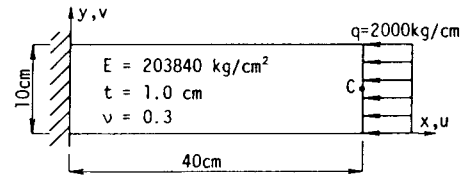


図-3 解析モデル

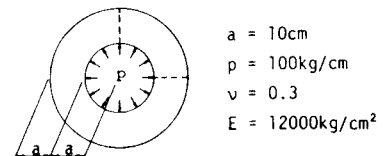


図-4 解析モデル

得られた結果とBEM, BEMSおよび回転マトリックスを導入しない従来のBETM (BETM(1)) との比較を行なった。表-1に自由端(点C)での水平方向変位の比較を示している。本解析法により得られた結果はBETM(1)およびBEMSにより得られた結果と全く一致し、またBEMにより得られた結果とも良く一致している。表-2は、各解析法に必要な演算時間の比較を示している。BETMに回転マトリックスを導入することにより、従来のBETMに比較して大幅に演算時間が短縮されている。さらに、分割数が増加するとともに、本法はBEMに比較しても、演算時間の点で有利となっている。

2) 内圧を受ける厚肉円筒

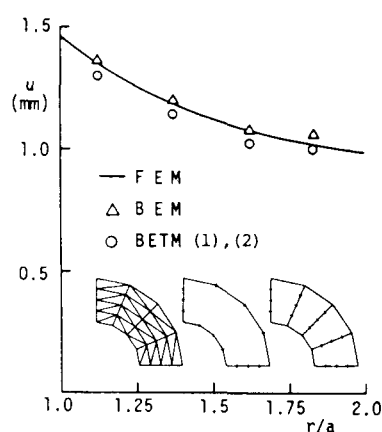
次に、本解析法(BETM(2))を用いて図-4に示すような内圧 p を受ける厚肉円筒の解析を行なった。その際、対称性を考慮して $1/4$ 部分を解析対象とし、4ストリップおよび6ストリップの場合について数値計算を行なった(図-5)。図-5は円筒の半径方向の変位の比較を示している。BETM(1)により得られた結果はBETM(2)により得られた結果と全く一致し、また、BEMにより得られた結果とも良く一致しており、その最大誤差は、4ストリップで4.7%, 6ストリップで6.5%である。表-3は、BEM, BETM(1)およびBETM(2)での演算時間の比較を示している。本数値例では、回転マトリックスを導入することにより、4ストリップの場合3.4%, 6ストリップの場合4.2%演算時間が短縮されている。また、いずれの場合もBETM(2)での演算時間が最も小さくなっている。

4. あとがき

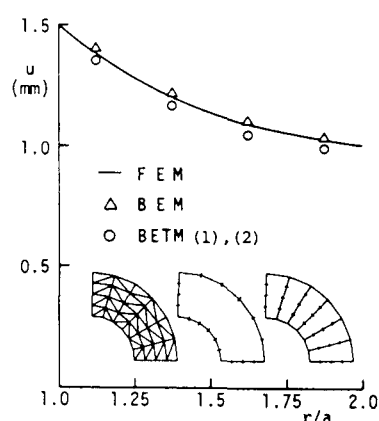
以上のことより、従来のBETMに回転マトリックスを導入することにより、解の精度を低下させることなく、演算時間を大幅に短縮できることが明らかになった。

参考文献

1) 大賀他; 境界要素-伝達マトリックス法による構造解析について, 土木学会中四国支部講演会概要集, 1985, 5



(a) 4 ストリップ



(b) 6 ストリップ

図-5 変位曲線

表-1 変位の比較

Scheme	Displacement (cm)			
	1 strip	2 strips	4 strips	6 strips
BEM	0.2106	0.2953	0.3418	0.3469
BEMS	0.2106	0.2645	0.3297	0.3334
BETM(1)	0.2106	0.2645	0.3297	0.3336
BETM(2)	0.2106	0.2645	0.3297	0.3336

表-2 演算時間の比較

Scheme	Computation Time (sec)			
	1 strip	2 strips	4 strips	6 strips
BEM	0.18	0.24	0.42	0.67
BEMS	0.18	0.25	0.41	0.34
BETM(1)	0.25	0.34	0.57	0.80
BETM(2)	0.25	0.26	0.31	0.58

表-3 演算時間の比較

	Computation Time (sec)					
	BEM t1	BETM(1) t2	t2/t1	BETM(2) t3	t3/t1	t3/t2
4 strips	0.31	0.38	1.23	0.25	0.81	0.66
6 strips	0.50	0.52	1.04	0.30	0.60	0.58