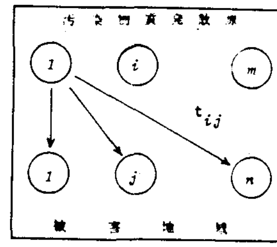
ファジィ計画法を用いた酸性雨汚染制御計画問題に関する研究

鳥取大学工学部　　正員　岡田憲夫
アサヒコンサルタント　正員○森　裕司

1．はじめに　酸性雨とは硫黄酸化物(SOx)，窒素酸化物(NOx)等の大気汚染物質が大気中で移流拡散していくうちに酸化され，これが雨水に取り込まれた結果，酸性の雨が降ることをいう。実際に北米やヨーロッパ地域ではこのような酸性雨によって生態系が破壊されるといった被害が生じている。しかし酸性雨汚染はその発生メカニズムが必ずしも十分に明らかにされていないことなどもあって十分な対応が施されていないのが現状である。しかしながらこれらの地域では現段階にあっても何らかの具体的な対応策の検討が急務となっている。研究レベルでも酸性雨汚染制御計画の視点からいくつかの基礎的な研究が展開されてきている。この種の問題は適当な条件が成立すれば線形計画問題として定式化できることが知られている。しかしその際まだ必ずしも明確になっていない汚染の拡散のメカニズムや費用の同定などに伴う不確実性や主観的な評価が伴う規制水準の設定地のあいまいさをモデル化の段階でどのように処理するかが鍵となる。そこで本研究ではこの種の不確実性や不明確性をファジィ量として定義づけ，これらのファジィ量をパラメータとしたファジィ計画法により当該問題をモデル化する方法について考察する。その際ファジィパラメータが１目的関数および制約条件の右辺定数項のみファジィである場合(FuzzyI)２すべてのパラメータがファジィパラメータである場合(FuzzyII),の二通りを考える。またケーススタディとして米国の一部を含むカナダ東部地域を取り上げるとともに，線形計画法および準線形計画法によるモデル化とファジィ計画法によるモデル化の結果を比較することにより実証的な分析を試みる。



2．定式化　（線形計画法）　本問題は図－１に示すようなモデルを想定することにより表－１のような線形計画問題として考えることができる。

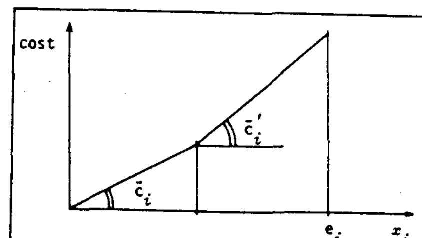
表－１　線形計画問題としての定式化

minimize　$Z=\sum_{i=1}^{m}\overline{C}j\cdot X_i$

subject to　$\sum_{i=1}^{m} t_{ij}\cdot X_i \geq \Delta j$　$j=1,\ldots,n$
　　$0\leq X_i \leq e_i$　$i=1,\ldots,m$

X_i；ゾーンiの削減量　Z　；削減に必要な総費用
Cj；ゾーンiの費用係数　Δj　；ゾーンjに要求される除去量
e_i；ゾーンiの上限量　t_{ij}；ゾーンiからゾーンjへの伝達係数

（準線形計画法）　線形計画問題の場合削減費用関数は削減量に比例して線形的に増加すると仮定したが，実際には削減量ｘｉがその上限値eiに近づくにつれて費用は割高になるものと考えられる。そこで削減費用関数を各区間ごとに線形であると仮定すると上のＬＰは準線形計画問題（ＰＬＰ）になる。なおＰＬＰの最適解は線形計画問題を繰り返し解くことによって得られる。



図－２　ＰＬＰの削減費用関数

(FuzzyI)　今，酸性雨汚染問題を線形計画法によって定式化した問題が表－２のようなファジィ集合で与えられたとする。これは各地域における汚染物質の除去量がだいたいΔj以上でかつ発散源の削減量Xiがだいたいei以下という条件下で削減に必要とされる総費用をだいたいZ₀以下にしたいことを意味している。以下これらを統一してＴＸ〉ｂと簡単に表す。このときｉ番目の不等式は右辺の項がだいたいb_iであればよい

表－２ファジィ不等号を用いた場合

$Z \gtrsim \Sigma C i\cdot X_i$

$\sum_{i=1}^{m} t_{ij}\cdot X_i \gtrsim \Delta j$　$(j=1,\ldots,n)$

$0\leq X \lesssim e_i$　$(i=1,\ldots,m)$

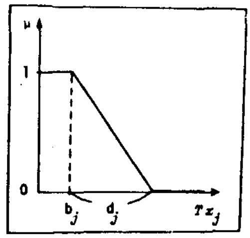
ことを意味しているが，これを数学的に表－３のメンバシップ関数で定義する。またこのメンバシップ関数を図示すると図－３のようになる。以下，ファジィ環境における意志決定として最小オペレータによる決定を用いれば決定集合Ｄのメンバシップ関数は

$\mu_D(x^*)=\max\ \min\ \mu_j([T\mathfrak{X}])$

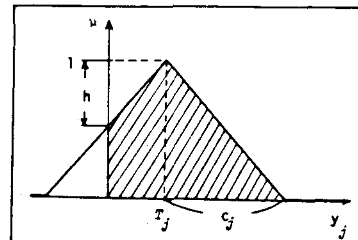
となりこれは結局表－４のような線形計画問題を解くことに帰着される。

表－３　メンバシップ関数

$\mu_j([T\mathfrak{X}]_j)=$	0	$;(T\mathfrak{X})_j\leq b_j$
	$1-([T\mathfrak{X}]_j-b_j)/d_j$	$;b_j(T\mathfrak{X})_j\leq b_j+d_j$
	1	$;(T\mathfrak{X})_j\geq b_j+d_j$



図－３



図－４メンバシップ関数形

(FuzzyII) 今度は伝達係数を含むすべてのパラメータをファジィパラメータであるとする。このときファジィ集合Yjを導入して表－５のように統一する。このときそれぞれのファジィパラメータを中心t_{ij},幅C_{ij}のピラミッド型メンバシップ関数で定義するとファジィ集合Yjのメンバシップ関数図－４のようになる。この条件は次のような条件と同値であると考えられる。

$\tilde{Y}_j\geq 0 \iff \mu_{Y_j}(0)\leq 1-h \quad (0\leq h\leq 1,\ T_j\mathfrak{X}\gtrsim 0)$

表－４　FuzzyIで与えられる問題

maximize λ

subject to $\lambda\leq 1-(b_j'-[t\mathfrak{X}]_j)\ j=0,1,\ldots,n+m$

$(b_j'=b_j/d_j,[T']_{ij}=[T]_{ij}/d_j)$

これより本問題は表－６のようなファジィ線形計画問題となる。これは形式的には非線形計画問題の一つと考えられるが，予めｈを想定することにより線形計画問題と考えることができる。さらにこのときｈの値を試行錯誤的に変化させることにより，実行可能解の存在する最大値h^*の場合の最適解x^*を本問題の最適解とする。

表－５　ファジィ集合を用いた場合

$\tilde{Y}_j=\tilde{T}_{0j}\mathfrak{X}_0+\tilde{T}_{1j}\mathfrak{X}_1+\ldots+\tilde{T}_{mj}\mathfrak{X}_j\gtrsim 0$

$j=0,1,\ldots,n,n+1,\ldots,n+m$

表－６　FuzzyIIで与えられる問題

maximum $h=h^*$

$(\mathbb{T}_j-h\mathbb{C}_j)^T\mathfrak{X}\geq 0\quad j=0,1,\ldots,n+m$

3．<u>分析結果</u>　本研究ではカナダおよび米国東部を対象として実際に19の発散地域と20の被害地域を取り上げてモデル化を行った。その際計算ケースとして被害地域の現在の汚染物質堆積量(予測値)からその30%,50%,70%の量を除去する３つの場合を考えて分析を行った。その結果次の知見を得た。

1ファジィ計画法では結果として一部地域のみの極端な負担や優先を回避するような解が選択される。これはファジィ計画法に明示的に組こまれたミニマックス基準のメカニズムが作用する結果であり，公正配分原理の視点から見て妥当であると言える。

2あいまい量を個々のパラメータによって独立的に変えることができるので実際の場合に即した定式化を行なうことができる。

3ファジィ計画法は一種の多目的計画法に通じるものがありトレードオフのある問題への適用は極めて有効であると考えられる。

その他，分析結果の詳細については講演時に譲る。

表－７　堆積量を50%除去する場合の各解法による削減量

i	LP	%	PLP	%	F I	%	F II	%
1								
2								
3			0.9	22				
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10	11.3	86	6.7	51	11.4	87	11.3	86
11			3.2	25				
12	11.6	62	8.5	45	11.4	61	11.6	62
13	9.4	43	11.2	51	10.1	46	9.5	43
14			9.4	87	7.8	68	2.8	26
15	61.9	87	61.9	87	59.7	84	60.8	85
16								
17	34.7	70	34.7	70	33.5	68	34.1	69
18	6.2	78	4.1	51	6.5	82	6.2	78
19								

((参考文献))

1)E.A.Mcbean : Linear programming screening model for deveropment and evaluation of acid rain abatement strategies,(1983)

2)H.Tanaka and k.Asai : Fuzzy linear programming problems with fuzzy numbers,fuzzy Set & system (1984)