

Janbu法に基づく臨界すべり面の決定について —動的計画法の応用—

徳島大学工学部 正 山上 拓男
同 上 正 植田 康彦
徳島大学大学院 学 小山 正一

1. まえがき 円弧すべりを対象とした安全率算定式を用いて、与えられた斜面に潜在する臨界すべり面を探索することは極めて容易である。すなわち、円弧の中心と半径を適当に変化させてやれば、電算機の助けのもとになんとか臨界面を決定できることは周知の通りである。ところが非円形すべり面に基つく安全率算定式を用いて安定解析を行わんとすれば、一変して状況は非常に複雑なものとなる。それは仮定すべり面の形状に無限の可能性が存在するからである。

我々にとって非円形すべりの理論としてはJanbu法が最もなじみ深いものであるが、これに関連して最近荒井が非線形計画法における共役勾配法の巧みに応用した安定解析法を考案している。本研究もやはりJanbu法を前提として、動的計画法(DP)に基づき荒井とは全く別の観点から臨界すべり面探索手法を提案し、その有用性を論じるものである。

2. DPに基づくJanbu法による斜面安定解析 斜面上の2点A, Bを結ぶ任意の曲線ABに沿って、Janbu法による安全率は次式で定義される:

$$F_s = \frac{1}{\sum W_i \tan \alpha_i} \sum \frac{c' l_i \cos \alpha_i + (W_i - U_i l_i \cos \alpha_i) \tan \phi'}{\cos \alpha_i \cdot (1 + \frac{1}{F_s} \tan \alpha_i \cdot \tan \phi')} \quad (1)$$

紙面の都合上、記号の説明は省略する。式(1)を次のように一般表示しておく。

$$F_s = \frac{\sum R_i}{\sum T_i} \quad (2) \quad \text{ここで, } R_i = \frac{c' l_i \cos \alpha_i + (W_i - U_i l_i \cos \alpha_i) \tan \phi'}{\cos \alpha_i (1 + \frac{1}{F_s} \tan \alpha_i \cdot \tan \phi')}, \quad T_i = W_i \tan \alpha_i$$

図1 Janbu法による安全率の定義

このとき、新たな変数 G を持ち込んで、 $G = \sum_{i=1}^n (R_i - F_s T_i)$ (3) と定義すれば、式(2)の F_s を最小にすることと、式(3)の G を最小にすることとが全く同等であることが知られている。つまり、A, B 2点間を結ぶ曲線の選り方に応じて式(2)の F_s の値が変化するが、求めるA, B 2点間の臨界すべり面はいうまでもなく F_s を最小とするものであり、そのとき G 自身も最小となっているのである。理論構成上、式(2)を直接最小化することはできないので、これに代って式(3)の G の最小化を図るのである。以上の議論ではすべり面の両端A, Bをあたかも固定点の如く扱ってきたが、後述するようにDPに基づく限りこの条件は必須なものではない。さて、目下の問題にDPを適用するに当たっては、図2に示すように与えられた斜面を適当な数のstageに分割し、さらに各stage上でやはり適当な数のstateを設けなければならない。stageに分割する際、次のことに注意する必要がある。それは両端のstage 1とstage m は予想される臨界すべり面の両端よりむしろ外側に設けなければならないこと、また各stage lineはスライスの側面として利用するので鉛直でなければならないことである。いま、図3に示すように

任意の引き続く2つのstage $i, i+1$ 上の任意state j, k および反に注目し、これら2点を結ぶ軌道線が可能すべり面の一部とみなす。このとき、四辺形 $abck$ を1つのスライスとみなし、これに対する R_i と T_i を評価してきたとすれば、この2点間の式(3)に寄与する G の変化(return) $DG(i, j, k)$ は $DG(i, j, k) = R_i - F_s T_i$ (4) である。ここで第1 stageから点 (i, j) に至る G の最小値を $H(i, j)$ と表すと、最適性原理からこ

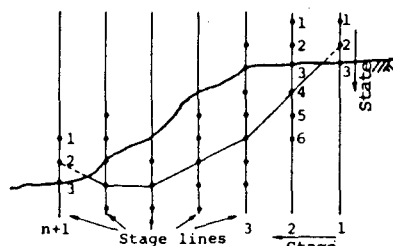


図2 DPによる臨界すべり面の決定

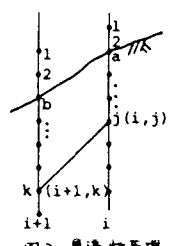


図3 最適性原理の応用

の場合の関数再帰方程式は:

$$H_{i+1}(k) = \min_{j:1 \sim j_i} [H_i(j) + DG_i(j, k)] \quad (i=1 \sim n), \quad H_1(j) = 0 \quad (15)$$

となる。

式(15)をすべての stage, すべての state に渡り実行すると, 最終 stage に到達した時点で最初と最後の stage 間へ G が最小にする経路が明らかになっている。ただし, 式(3)ないし式(4)の F_0 の値は当初未知であるから, ある仮定値から出発して解が収束するまで反復計算を行わねばならない。

3. 仮想土の導入 state の存在が与えられた斜面内だけに制限される場合には, 通過が臨界すべり面が探索できない事態が生じる。この難点を解消すべく仮想土を導入した。この状況が図4の模式図に示されている。図4で実線で描かれた部分は実斜面を意味している。もし, これの内で DP による探索が行おうとすれば, 両端 A, B が固定されたすべり面を探索することになり図中にみられるように, 両端が任意の stage 間に出現するすべり面を求めことはできない。この問題を処理するためには, 適宜点線で示されたような仮想の斜面を実斜面の上方に追加してやるとよい。そして両サイド AC と BD の間で探索を実行すれば, たとえば折線 EF' の如き臨界すべり面を求めることも可能となる。ここで, 仮想土内を軌跡が通過するとき, R_i と T_i は次のように評価される。図5を参照して, $\overline{OP}$ のように軌跡が仮想土内に存在するときは, 原則的に $R_i = T_i = 0$ とする。軌跡 $\overline{PQ}$ のように一部が実斜面内にある場合は, 三角形 UVQ を一つのスライスとみなして, これに対する R_i と T_i を評価してやる。これによって, 仮想土内を通過する軌跡の return は零となり, また一部が実斜面内にある場合には, return は実斜面内でのみ評価されることになり, なんら問題は生じない。そして, 求めるべき臨界すべり面は図4の折線 EF' であると解釈するのである。

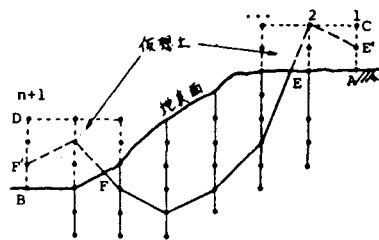


図4 仮想土の導入

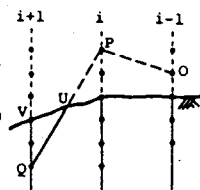


図5 R_i と T_i の評価

4. 適用例および結言 本手法の有用性を検証する下めに, 図6の全応力解析に基づく問題と図7の有効応力解析に基づく問題を採用した。用いた強度定数, 単位重量はそれぞれ図中に示した。図8, 9にDP法より探索された臨界すべり面と最小安全率 F_0 を示す。図中には Bishop 法に基づく結果を併せて示した。CPU time は FA C6M H-360 で, 図6では 10.08 秒, 図7では 11.42 秒であった。本手法は多層地盤へも容易に適用でき, Janbu 法による安定

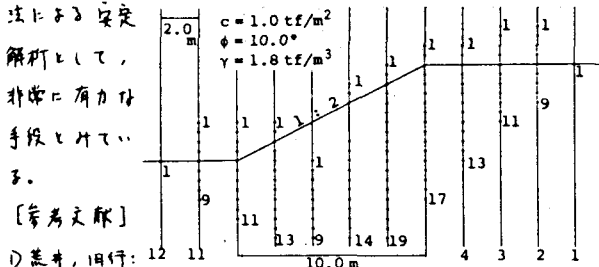


図6 全応力解析に基づく問題

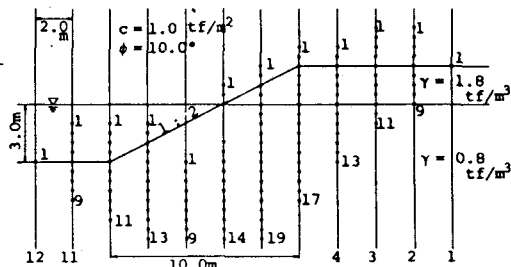


図7 有効応力解析に基づく問題

PP 311~312, 1983

2) Arai, Tagyo:

Soils and Founda-

tions, Vol. 25, No. 1,

PP 43~51, 1985.

3) 尾形: ダイヤ

3~7, 707~717

地風録, 1973.

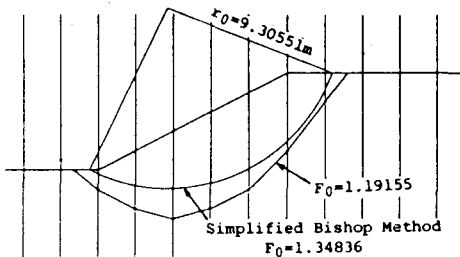


図8 解析結果 (全応力解析)

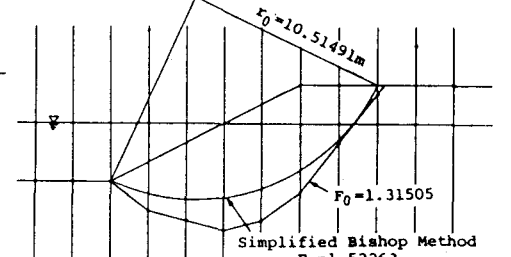


図9 解析結果 (有効応力解析)