

(株)フジタ建設コンサルタント 正 ○ 渡辺章弘
徳島大学工学部 正 山上拓男

1. まえがき ; 浸透流解析においては飽和-不飽和領域を一体としたFEMによる解析手法がきわめて有用である。このため我国においては赤井・大西・西垣¹⁾の開発したプログラムのもとに、数多くの非定常問題が解析されている。しかし実務レベルで生ずる浸透問題では非定常過程よりもむしろ定常時の解が要求されることが少なくない。この場合、もちろん非定常解析の究極として定常解を得ることは可能であるが一般に不経済となる。したがって、こうした状況では飽和-不飽和領域を一体とした定常解析プログラムを利用することが望ましい。従前、著者らの知る限りこのような定常解析を目的とした研究は余り見当たらず、わずかに駒田²⁾、Papagianakis³⁾らの研究がみられるにすぎない。そこで最近になって著者らも同様の目的のプログラムを開発し、幾つかの数値実験を行ったところ、特に解の収束過程で興味のある知見が得られたのでここに報告する次第である。

2. 支配方程式及びFEM定式化 ; 鉛直面内の2次元飽和-不飽和浸透支配方程式は非定常項を含めたとき周知の次式で与えられる。 : $(k_x \frac{\partial h}{\partial x})/\partial x + (k_y \frac{\partial h}{\partial y})/\partial y = c \frac{\partial h}{\partial t}$ ----- (1)
そしてこの式をFEMで離散化すれば次の多次元連立微分方程式を得る。 : $\{h\} \{H\} + \{P\} \{ \partial h / \partial t \} = \{Q\}$ - (2)
ところが定常問題のみを対象とするのであれば、これらの式で時間微分項を落として $\{h\} \{H\} = \{Q\}$ -- (3)
を解いてやればよい。この点では見掛け上定常飽和浸透の解析となんら変わるところはない。しかしながら式(3)の浸透性行列 $\{h\}$ はいうまでもなく透水係数の関数であり、あらかじめ飽和領域と不飽和領域の境界が不明であることから、ただちに式(3)を解くことはできない。すなわち反復計算が必要である。ただし時間微分項とは無縁であるため計算上比水分容量はなんら必要としない。つまり計算に要する物性値は飽和状態の透水係数と、不飽和域の相対透水係数-圧力水頭(もしくは体積含水率)曲線である。こうしてまず解析の出発点において、領域内の適当な位置に自由水面(圧力水頭零の面)を仮定する。さらにすべての節点における圧力水頭ないし全水頭の適切な値を仮定する。そして別途に与えられているデータから不飽和域の透水係数が評価できれば始めて式(3)を解くことが可能となる。しかしこの結果得られる圧力水頭(or全水頭)は自由水面が正しい位置にないことなどから、最初の仮定値とは一致しない。したがって以後解が収束するまで反復計算を行なわなければならない。この反復過程で解の修正方法と収束判定基準に関連して重要な数値実験事実が明らかになった。これについて以下解析例を交えつつ説明したい。

3. 解析例 ; まずここで採用したダムの形状と要素分割状況を図-1に示す。また不飽和特性を図-2に示した。そして以下で2つの問題を対象とするが、いずれも上・下流側外水位と初期仮定自由水面は図-3に示す通りである。第1の問題は最も単純な均一型アースダムである。この問題は、本プログラムが正常に機能するか否かをチェックする目的で採用された。この場合、飽和状態の透水係数はいたるところで $k=1 \times 10^{-4}$ cm/secとした。上述のようにこの解法は反復手順が必要であるが、その過程で収束の判定と浸出面の修正などを要す。これに関連して2つの反復手順を検討した。

反復手順 I ; この方法は最も常識的に発想される手順であって、まず初期仮定圧力水頭分布 $\{P_0\}$ のもとに式(3)を解く。その結果の圧力水頭分布 $\{P_1\}$ が定まれば両者の平均値 $\{P_1\}_m = (\{P_0\} + \{P_1\})/2$ を求め、これに基づいて係数行列を作り、ただちに式(3)を解き、

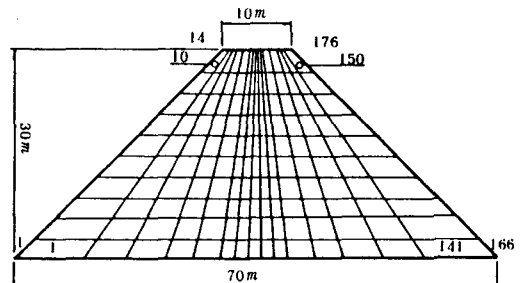


図-1. ダム形状と要素分割

その解を $\{P_2\}$ とする。このとき収束判定基準を $|\{P_2\} - \{P_1\}| \leq \varepsilon$ とする。そして収束していなければ $\{P_2\}$ に基づいて浸出面の修正を行う。次いで $P_2 \# = (\{P_1\} + \{P_2\})/2$ としてこの $\{P_2\} \#$ のもとに

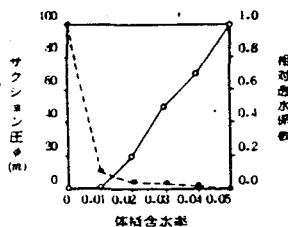


図-2. 不飽和特性

係数行列を評価し、式(3)を解く。あとはこの手順を解が収束するまで継続すればよい。図-4はこの手順で得られた収束時の自由水面位置を示したもので、 $\varepsilon = 0.1\text{m}$ のもとで反復回数は6回であった。第2の問題は図-3で $k_1 = 1 \times 10^{-3}$, $k_2 = 1 \times 10^{-4}$, $k_3 = 1 \times 10^{-5} \text{ cm/sec}$ とした非均質ダムの例である。はじめにこの問題を反復手順Ⅰで解いたところ、不自然な振動がみられ収束解が得られなかった。ただし ε は上とおなじである。その様子が図-5, 6に示されている。すなわち自由水面が図-5の点線と破線の間で周期的な変動を示した。このときの誤差の最大値と反復回数の関係が図-6に描かれている。そこでこの難点を解消すべく、次の反復手順Ⅱを検討した。

反復手順Ⅱ；反復手順Ⅰにおいて、 $\{P_2\}$ が求まったとき、先と違ってここでは収束判定を行わず、まず $\{P_2\} \#$ を求める。そして次式で収束判定を行う： $|\{P_2\} \# - \{P_1\}| \leq \varepsilon$ 。この結果、収束していなければ $\{P_2\} \#$ に基づいて浸出面を修正するとともに、係数行列をも評価する。これより式(3)を解いて、あとはこの反復手順を繰り返せばよい。反復手順Ⅱを用いて問題2を解いた結果の自由水面が図-5の実線および図-7に示されている。またこの間の収束過程を図-6に表した。収束に要した反復回数は、16回であった。結果は満足すべきものとみてよからう。

4. むすび；多くの浸透問題で飽和-不飽和領域を一体とした解析法が効率的であること、および定常解のみが要求されることが少なくない事実にかんがみて、飽和-不飽和領域を一体とした定常浸透解析プログラムを開発した。そして2、3の典型的な問題に対し数値実験を試みたところ、常識的に発想される手順(反復手順Ⅰ)では非均質な場合、収束解の得られないケースの有り得ることが判明した。そこであらたに反復手順Ⅱ(本文参照)を導入し、この難点の解消できることを明らかにした。

5. 参考文献；1)赤井・大西・西垣：土木学会論文報告集, Vol. 264, 1977年8月 2)駒田：電力中央研究所報告, No. 377015, 昭和53年2月 3)Papagianakis：CAN. GEOTECH. J. Vol. 21, pp419~430, 1984

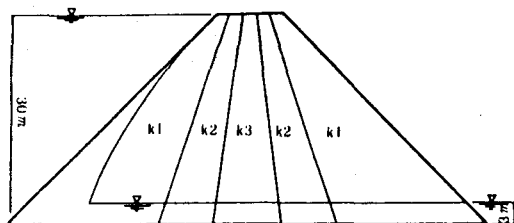


図-3. 問題設定と初期仮定自由水面

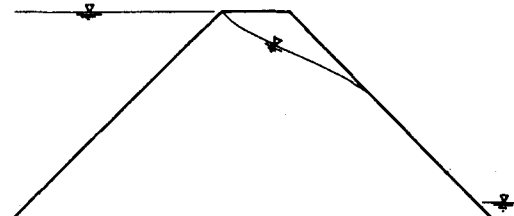


図-4. 均一型ダムの解析結果(反復手順Ⅰ)

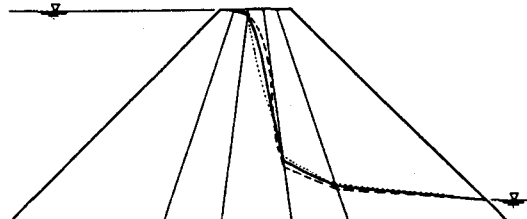


図-5. 非均質ダムの解析結果

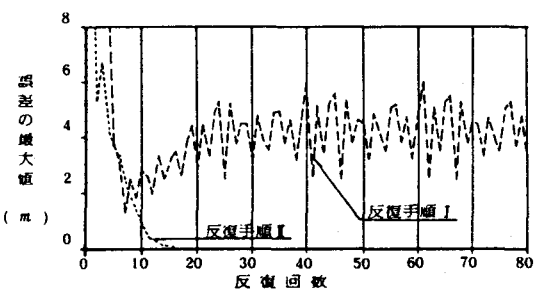


図-6. 反復回数と誤差の最大値の関係

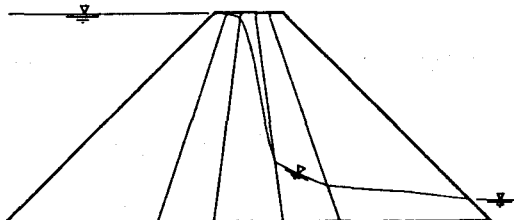


図-7. 非均質ダムの収束解(反復手順Ⅱ)