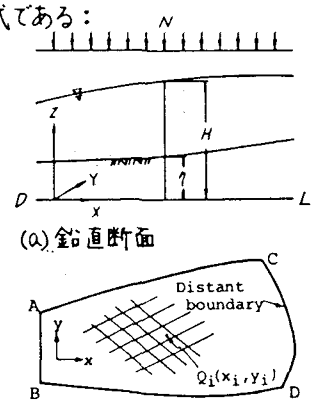
# 平面地下水解析における遠隔境界条件の近似的取り扱いについて（第2報）

徳島大学工学部　正　山上拓男
仁田ソイロック（株）　正　仁田志広
仁田ソイロック（株）　正　○山川治

1．まえがき　：　前報[1]において広域平面地下水解析を行う場合の遠隔境界条件の近似的設定方法を提案した。すなわち、遠隔境界上において境界条件が明確でないとき、各タイムステップごとに水位と流量を交互に指定する方法である。そして通常の三節点三角形要素のもとに放射状領域に対する簡単な解析例を呈示した。その結果、解析の前半部においては安定したスムーズな水位変動が得られるが、以後経過時間とともに遠隔境界上において次第に解が不安定な動摇を示す、遠隔境界を遠方にとればとる程より安定した解が得られる、などの数値実験事実が明らかになった。本報告はその後行った2、3の検討結果をまとめたものである。すなわち、まず始めに前報が三角形要素を用いていたのに対し、新たに四辺形1次アイソパラメトリック要素に基づくプログラムを開発した。そして先と同様放射状領域について本手法の基本的特性を数値実験的に考察した。

2．基礎式と手法の要約　；　ここで採用した平面地下水流れの支配式は(1)式である：

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[k_x(H-\eta)\frac{\partial H}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[k_y(H-\eta)\frac{\partial H}{\partial y}\right]+N-Q=\beta\frac{\partial H}{\partial t}\quad\cdots\cdots(1)$$

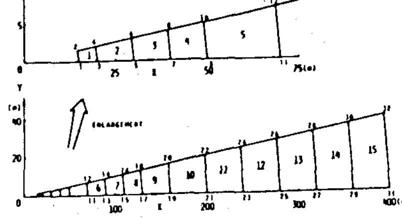



(a) 鉛直断面
(b) 水平断面

図－1．支配式と手法の説明

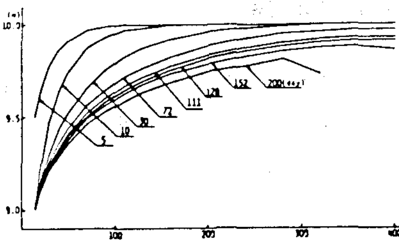
記号の大略は図－1に示した。詳細は文献1)を参照されたい。式(1)をFEMにより離散化し、同図(b)の如き平面地下水場に適用する。すなわち、図(b)において境界$\overset{\frown}{CD}$を遠隔境界とみて、この上で式(1)に対する境界条件が未知であるとする。このとき、最初（第1回目）のタイムステップ時の解析においては$\overset{\frown}{CD}$上の境界条件は初期水頭そのものを指定する。その結果、時刻$t=\Delta t_1$時の解が求まれば、次のタイムステップ$\Delta t_2$に移行する前に、時刻$t=\Delta t_1$の水頭分布に基づいて境界$\overset{\frown}{CD}$上の節点（流入）流量を評価しておく。そして次のタイムステップ$\Delta t_2$時の解析に際しては、$\overset{\frown}{CD}$上の境界条件として今求めた時刻$t=\Delta t_1$の節点流量を与えるのである。$\overset{\frown}{CD}$上で境界条件として流量が指定されたとき、解析の結果この上で水頭が求められるので、その値を次のタイムステップ時の境界条件に採用する。以下この過程を継続する。この方法は目下の境界条件を一歩手前の時刻の値で代用する点で近似計算ではあるが、遠隔境界上で強制的に水位を固定するといった無理な制約を課すことなく解析を進め得る利点を有している。

3．適用例と考察　；　前報と同様図－2に示す放射状領域を対象とした。帯水層は水平で初期水位は10ᵐとする。この軸対称放射領域の原点側（節点1,2）の外水位を0.1ᵐ/day の速さで10日間低下させ、以後一定（水深9ᵐ）に保った場合の水位変動を解析した。$k_x=k_y=0.01$ cm/sec，　$\beta=0.3$ である。はじめに計算に用いたタイムステップ$\Delta t$について簡単に説明しておきたい。すなわち、式(1)をFEMで離散化し、得られた多元連立微分方程式を時間に関して差分化したのち中央差分式で逐次タイムステップごとの解を定めるのであるが、本プログラムでは時間領域を幾つかのタイムセグメントに分割し、各タイムセグメント内では一定の大きさのタイムステップを用いて計算する仕組みを採っている。そしてここでは以下の2通りのタイムステップについて解析した結果を呈示する。1つは最初の20日間を$\Delta t=1$日で、次の40日間を$\Delta t=2$日で、次の60日間を$\Delta t=3$日で、さ

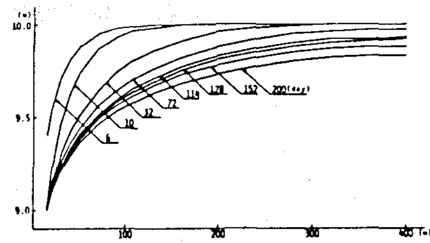



図－2．問題の設定と要素分割

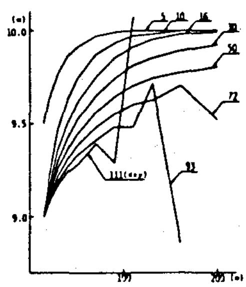
らに次の80日間をΔt=4日で計算したもので、これをタイムステップ密な場合と呼ぶことにする。他の1つは最初の20日間をΔt=2日で、次の40日間をΔt=4日で、次の60日間をΔt=6日で、さらに次の80日間をΔt=8日で計算したもので、これをタイムステップ粗な場合と呼ぶ。まず図－3(a),(b)は原点からの距離400 mの地点（節点31, 32）を遠隔境界とみて前記した手法で解析した自由水面形を経過時間とともに示しており、それぞれタイムステップ密、粗に対応している。同様に図－4、5はそれぞれ原点からの距離200 m（節点21, 22）および110 m（節点15, 16）の地点を遠隔境界とみなした場合の結果である。さらに図－6にはおのおのの解析領域について、比較のため、遠隔境界が不透水面であると仮定したときの自由水面形を示した。図－3～5から特徴的な面を2,3指摘すれば、まず予期に反してタイムステップ粗な方が密な場合よりも解の安定していることが目につく。一般にこのタイプの微分方程式では極端に小さいタイムステップは別として、Δt の小さい方がより安定した解を与えるのが普通であり、図－3～5の結果は注目しなければならない。また、解析領域を広くとればとる程、より長期に亘って安定した自由水面形を呈示していることも明白である。無論これらの問題には厳密解は存在し得ないから精度に関する議論はできないが、この手法を実際問題へ適用する際、領域の広がりとタイムステップの設定に関する有益な情報を与えていると思われる。次に図－3～6を対比させたとき、いずれの場合も遠隔境界を近似的に処理したケースと不透水面としたそれで、解が余り変化していない事実も注目に値しよう。もっとも本例題はきわめて単調な事例であり、この現象が普遍的なものであるか否かは、今後実規模の例題を通して十分検討する必要があると考えている。



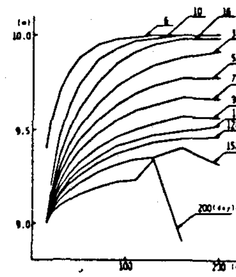
図－3(a) 400 m領域、タイムステップ密



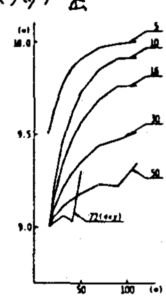
図－3(b) 400 m領域、タイムステップ粗



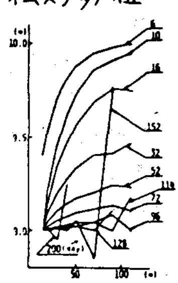
図－4(a) 200 m領域、タイムステップ密



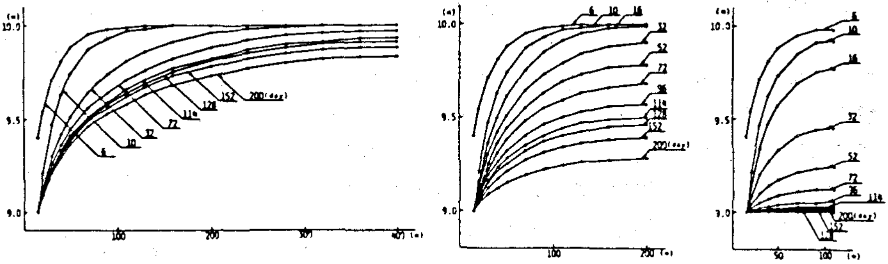
図－4(b) 200 m領域、タイムステップ粗



図－5(a) 110 m領域、タイムステップ密



図－5(b) 110 m領域、タイムステップ粗



(a) 400 m領域　(b) 200 m領域　(c) 100 m領域

図－6. 遠隔境界を不透水面としたときの解、タイムステップ粗

4. むすび：　すでに提案している広域平面地下水解析を行う際の遠隔境界条件の近似的な処理方法について、四辺形一次アイソパラメトリック要素のもとに、簡単な例題を通して基礎的検討と考察を加えた。

［参考文献］1). 山上・仁田・山川：第19回土質工学研究発表会，2の2，pp.1355～1356，昭和59年.