

鳥取大学 大学院 学生員 ○山根 裕文  
 鳥取大学 工学部 正 員 道上 正規  
 鳥取大学 工学部 正 員 檜谷 治

1. はじめに 一般に潮流を非定常三次元問題として解析するとき、特に問題となるのが時間積分法であり、その方法によって計算速度、計算機容量などに大きな影響が生じる。しかしながら、現在においても時間積分法の能率的な手法の確立は成されておらず、潮流解析の上で大きな問題となっている。このような現状の中で、本研究は C.Koutitas, B.O'connor<sup>1)</sup> によって提案された Fractional Step 法を用いた解析法を潮流に適用し、多少の検討を行なうものである。

2. 解析方法 潮流解析における基礎式として、N-S 式および連続式を用いたが、(1) 運動量の水平方向の変化は小さいものとし、水平渦動粘性係数項は省略 (2) 水の密度は時間的、空間的に一定などの仮定をもうけ、以下のように変形した。

運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v + g \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial u}{\partial z}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u + g \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial v}{\partial z}) = 0 \quad (2)$$

連続式

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (H U) + \frac{\partial}{\partial y} (H V) = 0 \quad (3)$$

ここに、 $t$  は時間、 $x, y$  および  $z$  は座標軸で  $x$  は東を正、 $y$  は北を正とし、 $z$  は鉛直上方に正で平均水面を  $z = 0$  とする。また、 $u, v$  および  $w$  は、それぞれ  $x, y$  および  $z$  方向の流速成分であり、 $p$  は圧力、 $\rho$  は水の密度、 $f$  はコリオリ係数、 $A_v$  は鉛直渦動粘性係数、 $\xi$  は平均水面からの水位上昇量、 $H$  は全水深、 $U, V$  は平均流速、 $g$  は重力加速度、 $h$  は平均水深である。

$$\left. \begin{array}{ll} \text{境界条件} & \text{底面 Non-Slip条件} \quad \text{水面} \quad \tau_x = A_v \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \tau_y = A_v \frac{\partial v}{\partial z} \\ & \text{岸 Slip条件} \end{array} \right\} \quad (4)$$

ここに、 $\tau_x, \tau_y$  は風によって生じる水面のせん断応力である。

時間積分法として Fractional Step 法を用いるわけであるが、これは基礎式の時間微分項を積分するとき、2段階に分割して行なう方法であり、本研究の場合、式(1),(2)は以下のように変形される。

$$\begin{array}{ll} \text{Step 1} & \text{Step 2} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{u^* - u^n}{\Delta t} = -u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} - v^n \frac{\partial u^n}{\partial y} - g \frac{\partial \xi^{n+1/2}}{\partial x} + f v^{n+1/2} \\ \frac{v^* - v^n}{\Delta t} = -u^n \frac{\partial v^n}{\partial x} - v^n \frac{\partial v^n}{\partial y} - g \frac{\partial \xi^{n+1/2}}{\partial y} - f u^{n+1/2} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \frac{u^{n+1} - u^*}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial u^{n+1}}{\partial z}) \\ \frac{v^{n+1} - v^*}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial v^{n+1}}{\partial z}) \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} (5) \\ (6) \end{array} \quad \begin{array}{l} (7) \\ (8) \end{array}$$

ここに、 $n$  は時間ステップであり、 $u^*, v^*$  は計算を進めて行くために仮に用いる仮想速度である。

計算の進行に際しては、式(5),(6)を用いることにより仮想速度  $u^*, v^*$  が求められ、これを用いて式(7),(8)より  $u^{n+1}, v^{n+1}$  が求められる。また、水位上昇量については、式(3)を差分化することにより

$$\xi_{i,j}^{n+1/2} = \xi_{i,j}^{n-1/2} - \Delta t H_{i,j} \left\{ \frac{U_{i,j}^n - U_{i,j}^n}{\Delta x} + \frac{V_{i,j+1}^n - V_{i,j}^n}{\Delta y} \right\} \quad (9)$$

が導かれ、これにより順次  $\xi^{n+1/2}$  が求められる。

数値計算法としては水深方向に Galerkin 有限要素法を適用し、図-1に示す解析メッシュのように水深方

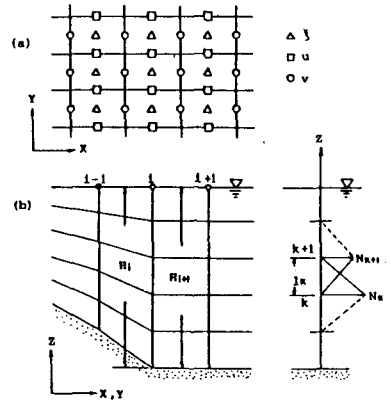


図-1 解析メッシュ

向に10分割とした。解析条件として、図-2(a)に示す断面形状を有するモデルを対象に南風5m/sの一様な風を吹かせる。風による水面のせん断応力は一定とし、その大きさはBeacom and Webbの提案式およびバルク公式より $\tau_{sur} = 4.13 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$ 、また、鉛直渦動粘性係数は全水深一定とし、余越<sup>2)</sup>、富所の推定式より $A_v = 1.03 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ 、水平メッシュ間隔および時間間隔は $x = 320 \text{ m}$ 、 $y = 400 \text{ m}$ 、 $t = 10 \text{ s}$ とした。

3. 解析結果および考察 図-2(a),(b),(c)および図-3は、風の吹き始めから各時間経過後の断面平均流速を表わしたものである。流速の時間的発達の過程は吹送直角方向の水深によって異なり、風の吹き始めにおいて、水深の浅い東西兩岸付近における流速は急速に発達しているが、水深の深い水路中央付近では時間と共に徐々に発達するのがわかる。

また、A点を除けば10000s以後において平均流速はほとんど変化しておらず、ほぼ定常に達していると言えそうである。

次に、図-4はモデルの北岸中央における水位変動量の時間的変化を、図-5は各時間経過後の水面形の変化を表わしたものである。風の吹き初めに伴う水位変動量は、両図から1500s前後で最高水位 $\xi_{max} = 1.7 \text{ cm}$ 程度の値となっており、その後、減衰、振動を続けながら10000sでほぼ定常に達して $\xi_{steady} = 1.0 \text{ cm}$ 程度水面勾配は $4.3 \times 10^{-6}$ 程度となっている。

このモデルの振動周期は、図-4より約3500sであるが、矩形断面におけるセイシュの理論値2555sと大きく異なる。同条件の下で、矩形断面に適応し解析した場合の振動周期は約2800sという値を得ており理論値とほぼ一致し、振動周期は断面形状の影響を大きく受けると言えそうである。

4. おわりに 本研究は単純な断面形状を有するモデル湖において非定常三次元解析を行ない多少の検討を行なったものであるが、今後はこの解析法を実際の湖に適用し、この解析法の妥当性を検討する予定である。

<参考文献>

- 1) C. Kautitas, B. O'connor; Modeling Three-Dimensional Wind-Induced Flow, Proc. ASCE, HY11, 1980.
- 2) 余越正一郎・富所五郎; 風による諏訪湖の流動特性; 土木学会論文報告集, 1978.

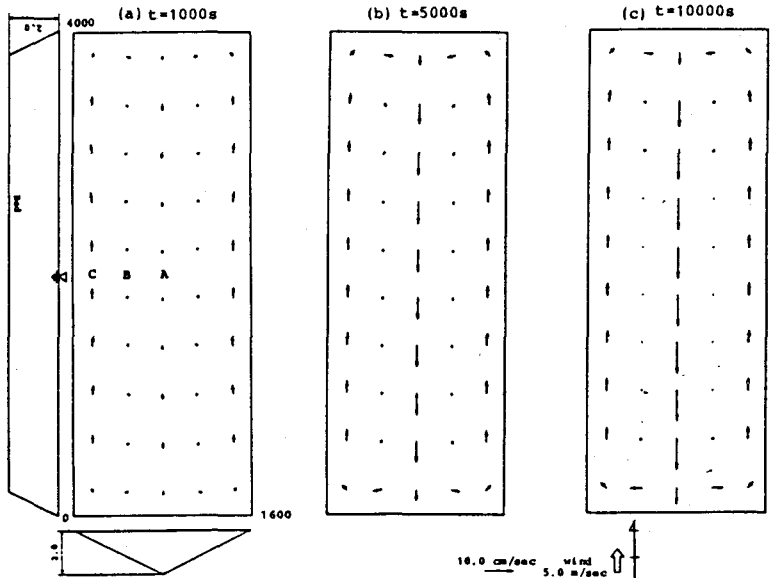


図-2 断面平均流速の時間的変化

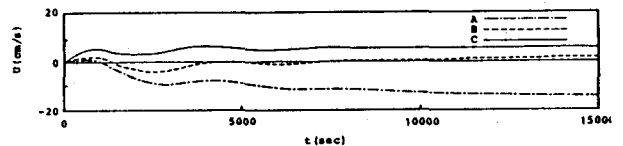


図-3 流速の時間的変化

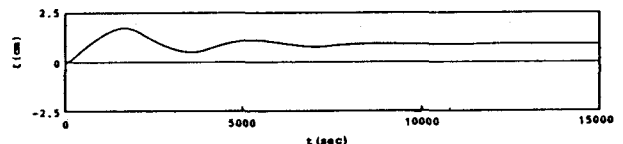


図-4 水位の時間的変化

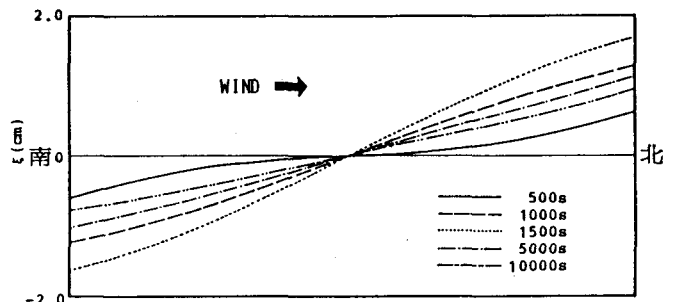


図-5 水面形の時間的変化