

境界要素-伝達マトリックス法による構造解析について

愛媛大学工学部 正員 大賀 水田生
 徳山高専 正員 重松 恒美
 徳山高専 正員 原 隆
 愛媛大学工学部 学員 ○片岡 省二

1. まえがき

構造解析において最も汎用性にとむ有限要素法(FEM)は、主に大型計算機用に開発されたものであり大きな計算容量を必要とするため、近年普及の著しいマイコンやパソコン等の小型計算機には不向きである。一方、境界要素法(BEM)は、境界上の離散化のみで解析可能であるため、入力データや計算容量を有限要素法に比較して大幅に軽減でき、小型計算機による構造解析に適した方法である。しかし、不均質領域に対し用いられる領域分割法(BEMS)は、大きな計算容量を必要とし上述の境界要素法の利点が失われる。そこで本研究では、境界要素法と伝達マトリックス法を組合わせる解析法(BETM)を提案し、有限要素法や従来の境界要素法と比較することにより本法の妥当性、有効性を検討するものである。

2. 解析手順

本法では、図-1(a)のように領域を均質な特性を持ついくつかの部分の集合体として理想化し、各部分領域に次式で与えられる境界要素法の基礎関係式を導入する。

$$Hu = Gp \quad \text{------(1)}$$

ここに、 u 、 p は各部分領域の境界上の変位、表面力ベクトルであり、 H 、 G は係数マトリックスと呼ばれるものである。式(1)の両辺に G^{-1} を前掛け $K = G^{-1}H$ と置くと次式を得る。

$$p = Ku \quad \text{------(2)}$$

式(2)を図-1(b)のように左側内部境界上状態量 u^l 、 p^l 右側内部境界上状態量 u^r 、 p^r および外部境界上状態量 u^e 、 p^e の成分に分け表示すると、

$$\begin{pmatrix} p^e \\ p^l \\ p^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{ee} & K_{el} & K_{er} \\ K_{le} & K_{ll} & K_{lr} \\ K_{re} & K_{rl} & K_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^e \\ u^l \\ u^r \end{pmatrix} \quad \text{------(3)}$$

となり、上式より u^e を消去すると次式を得る。

$$\begin{pmatrix} p^l \\ p^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{ll} - K_{le}K_{ee}^{-1}K_{el} & K_{lr} - K_{le}K_{ee}^{-1}K_{er} \\ K_{rl} - K_{re}K_{ee}^{-1}K_{el} & K_{rr} - K_{re}K_{ee}^{-1}K_{er} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^l \\ u^r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_{le} \\ K_{re} \end{pmatrix} K_{ee}^{-1} p^e \quad \text{------(4)}$$

または、

$$\begin{pmatrix} p^l \\ p^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{ll} & K_{lr} \\ K_{rl} & K_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^l \\ u^r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_{le} \\ K_{re} \end{pmatrix} K_{ee}^{-1} p^e \quad \text{------(5)}$$

式(5)と左側内部境界上状態量 u^l 、 p^l について解くと、

$$\begin{pmatrix} u^r \\ -p^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -K_{lr}^{-1}K_{ll} & K_{lr}^{-1} \\ K_{rr}K_{ll}^{-1}K_{lr} + K_{rr} & -K_{rr}K_{ll}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^l \\ p^l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -K_{lr}^{-1}K_{le} \\ K_{rr}K_{ll}^{-1}K_{le} - K_{rr} \end{pmatrix} K_{ee}^{-1} p^e \quad \text{------(6)}$$

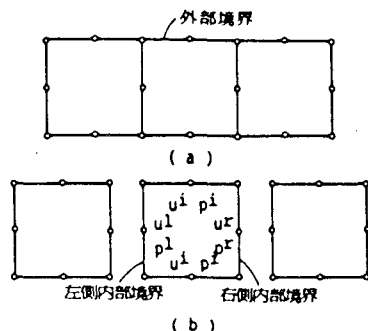


図-1 領域分割

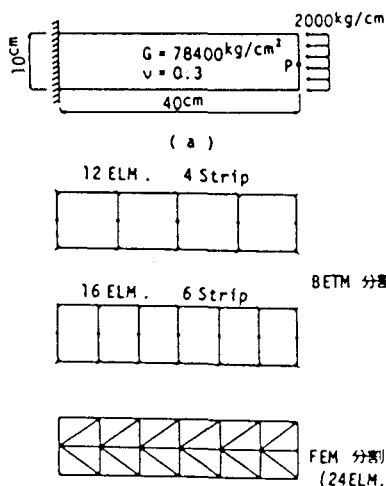


図-2 解析モデル

$$\mathbf{Z}^r = [\mathbf{T}] \mathbf{Z}^l + \mathbf{F} \quad \text{-----}(7)$$

ここに、 $\mathbf{Z}^r$, $\mathbf{Z}^l$ は右側および左側内部境界上状態量であり、 $[\mathbf{T}]$ は伝達マトリックス、 $\mathbf{F}$ は外部境界上の荷重項である。

3. 数値計算例と考察

1) 等分布圧縮荷重を受ける片持長方形板

本法の妥当性を検討するために、本法を用いて、図-2(a)に示す等分布圧縮荷重を受ける均質な片持長方形板の解析を、図-2(b)のようにstrip数という変化させて行い、得られた結果とFEM, BEMおよびBEMSにより得られた結果との比較を行った。その際、1つのstripの有する要素数を6要素に固定した。図-3は点Pでの水平方向変位の比較を行ったものである。BETMによる結果とBEMSによる結果は有効数字4桁まで完全に一致し、BEMによる結果とBETMによる結果はかなりよく一致するが、strip数の増大とともに差が大きくなっている。この原因として、本数値計算では、1つのstripの有する要素数を固定し、strip数のみを増やしているためであり、strip数の増大とともに1つのstripの有する要素数を増加させると両解法による解はよく一致することを確認している。図-4はBEMとBETMの演算時間およびマトリックスサイズの比較を示している。いずれの分割数においてもBETMの演算時間が大きくなっているが、strip数の増加とともにその比は小さくなっている。一方、BETMではstrip数に関係なくマトリックスサイズは一定であるが、BEMでは要素数の増大とともにマトリックスサイズが大きくなる。

2) 部分等分布荷重を受ける不均質地盤

図-5に示すような、深度とともにヤング係数の変化する不均質地盤の地盤上に部分等分布荷重が作用する場合の数値解析をBETM, BEMSおよびFEMを用いて行った。ヤング係数は破線に示すように段階的に変化すると仮定し、本数値例での要素分割を図-5に示している。図-6に表面下2mでの鉛直方向および、水平方向変位を示している。いずれの解析法による結果もよく一致しており、BETMによる結果はBEMSによる結果と0.2%、FEMによる結果とは6%以内の誤差である。表-1に各解法で必要な演算時間および、マトリックスサイズを示している。BETMでは他の解法と比較して、大きな演算時間を要しているが、マトリックスサイズはかなり小さくなっており、小さな計算機容量で解析が行えることが明らかになった。

参考文献

田中正隆・田中喜久昭：境界要素法—基礎と応用，丸善，(1982)

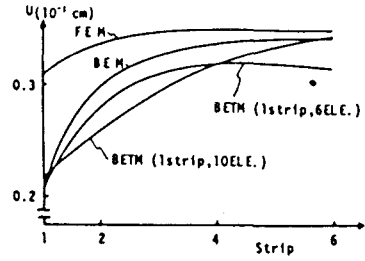


図-3 変位曲線

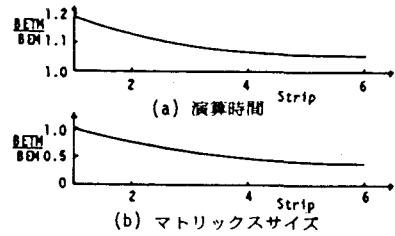


図-4 計算法の比較

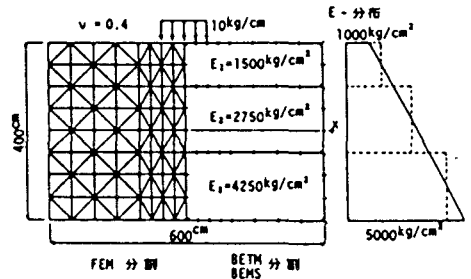


図-5 解析モデル

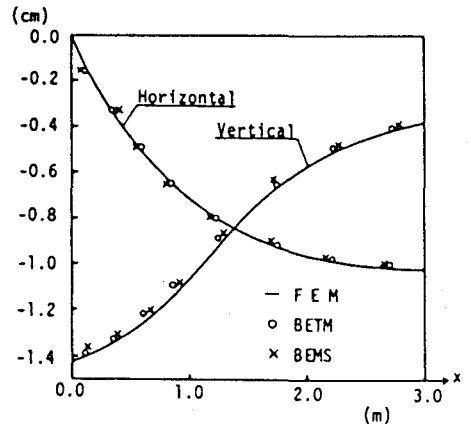


図-6 変位曲線

表-1 計算法の比較

	E L M		C P U	Matrix-Size
	MODE	ELM		
F E M	81	128	1.04	162 × 162
B E T M	48	48	5.07	32 × 32
B E M S	48	48	1.82	128 × 128