

周波数領域における多自由度系の動特性の推定

徳島大学大学院 学生員 ○辻原 治
PSコンクリート 森田正彦
徳島大学工学部 正員 沢田 勉

1. はじめに 近年、構造物の巨大化、複雑化に伴ない耐震設計において実在構造物の応答を予測することが重要になってきた。このためには地震応答を規定する構造物の動特性を正確に評価することが必要となる。従来、構造物の地震応答解析には設計図面および構造設計書から推導された動特性によるモデルが用いられているが、それらの精度は必ずしも満足のゆくものではない。そこで、構造物が建造された後に得られた地震観測記録によってモデルの適合性を検討しようという試みがなされている。これまでに、いくつかの推定手法が提案されているが、本研究では周波数領域での解析に注目し、これより困難とされてきた高モードの推定を含む手法を提示し、これを3質点系モデルに適用した。

2. 手法の定式化 構造物をFig.1のような多質点系モデル化し、各層の質量、バネ定数、減衰定数を各々 m_i , k_i , c_i (添字は各層の層番号) とする。い、地動変位を $x_0(t)$ 、構造物の各層の絶対変位を $\{z(t)\}$ とすると、系全体の運動方程式は次式のようにマトリックス表示される。

$$[M]\{\ddot{z}(t)\} + [C]\{\dot{z}(t)\} + [K]\{z(t)\} = \{C_i\}\ddot{x}_0(t) + \{K_i\}x_0(t) \quad (1)$$

ただし、各々のマトリックスは次に示されるものである。

$$[M] = \begin{bmatrix} m_n & & & 0 \\ & m_j & & \\ & & m_2 & \\ 0 & & & m_1 \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} c_n & -c_n & & & \\ -c_n & c_n+c_{n-1} & -c_{n-1} & & 0 \\ & -c_{n-1} & c_{n-1}+c_{n-2} & -c_{n-2} & \\ & & -c_{n-2} & c_{n-2}+c_{n-3} & -c_{n-3} \\ 0 & & & -c_2 & c_2+c_1 \end{bmatrix}$$

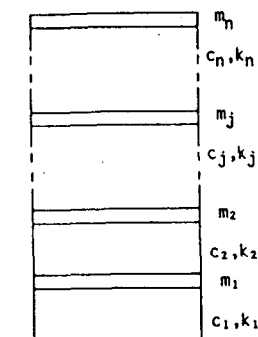


Fig.1 The n-storey Uniform Shear Structure Model

$[K]$ および $\{C_i\}$ は各々 $[C]$ および $\{C_i\}$ 中の C を K としたものである。また、 $\{\ddot{z}(t)\}$, $\{\dot{z}(t)\}$ は各々 $\{z(t)\}$ を時間 t に関して2回微分、1回微分したものであり、絶対加速度、絶対速度を表す。同様に、 $\ddot{x}_0(t)$ は入力速度を表す。

運動方程式(1)を複素振動解析法によって解くと次式を得る。

$$\{Z(\omega)\} = \{-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]\}^{-1} \cdot \{i\omega[C_i] - \omega^2[K_i]\} \cdot \ddot{X}(\omega) \quad (2)$$

ここで、 ω は角振動数、 i は虚数単位、 $\{Z(\omega)\}$ は各層の応答変位複素フーリエ振幅、 $\ddot{X}(\omega)$ は入力加速度の複素フーリエ振幅を表す。さらに、 $\{\dot{Z}(\omega)\} = \{Z(\omega)\} \cdot (-i\omega)$ の関係より次式が得られる。

$$\{\dot{Z}(\omega)\} = \{-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]\}^{-1} \cdot \{i\omega[C_i] + [K_i]\} \cdot \ddot{X}(\omega) \quad (3)$$

ただし、 $\{\dot{Z}(\omega)\}$ は各層の応答加速度の複素フーリエ振幅を表す。また、 $\{\dot{Z}(\omega)\}$ を $\ddot{X}(\omega)$ で除すと、各層の応答加速度振幅の入力加速度振幅に対する周波数伝達関数 $\{E(\omega)\}$ が得られる。

$$\{E(\omega)\} = \{\dot{Z}(\omega)\} / \ddot{X}(\omega) = \{-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]\}^{-1} \cdot \{i\omega[C_i] + [K_i]\} \quad (4)$$

一方、入力加速度と系の応答加速度の観測記録が得られた場合には、FFTなどによってフーリエ変換されたスペクトル振幅の比を式(4)に対応する周波数伝達関数 $\{G(\omega)\}$ が得られる。式(4)の周波数伝達関数の理論値 $E(\omega)$ を観測より得られた $G(\omega)$ に近づけていくことによって構造物の動特性値が最適化手法を用い推定される。最適化の手順はFig.2のフローチャートに示す。最適化の規準は式(5)に示すように $E(\omega)$ と $G(\omega)$ の残差平方

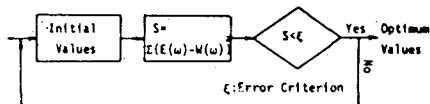


Fig.2 Flow Chart of Optimization

和を最小にすることとし、動特性値を逐次修正してゆくことにより推定値を得る。

$$S = \sum \{E(\omega) - G(\omega)\}^2 = R(\omega; d_1, d_2, \dots, d_m) \rightarrow \text{minimize} \quad (5)$$

ただし、 $d_1, d_2, \dots, d_m$ は推定すべき動特性値を表す。本報告では、式(5)を解くための最速化手法として反復線形計画法(SLP法)を用いた。

3.数値解析例および考察 線形3質点系モデルに本手法を適用し、その妥当性を検討する。推定すべきパラメータは各層のパネ定数および減衰係数とし、質量については、一般に精度よく推定されると考えて乗和とした。

解析は次の2ケースについて行った。

Case① 動特性パラメータの初期値として真値に比較的近い値を与えた場合

Case② 動特性パラメータの初期値として真値からかなり離れた値を与えた場合

ただし、観測記録より得られる周波数伝達関数としては、各パラメータにTable.1, Table.2に示すTrue Values(真値)を当てはめて求めた最上層の応答加速度と入力加速度のスペクトル振幅比を用いた。また、Table.1, Table.2には各ケースにおけるパラメータの初期値(Initial Values)および最適値(Optimum Values)を示す。Fig.3,

Fig.5にはパラメータが上の3つの値をとるときの周波数伝達関数を示す。Fig.4,

Fig.6には $E(\omega)$ と $G(\omega)$ の残差平方和の収束状況を示す。

以上の図表よりCase①, Case②のいずれの場合も最終的に得られた周波数伝達関数は真値のそれとよく一致することがわかる。とくにCase②のように真値とかなり離れた初期値を与えた場合でも周波数伝達関数が一致したことは強大地震により劣化した系の等価線形的な同定の可能性を示唆する。

Case①については、パラメータの最適値は真値にかなり近い値となり、解の収束性および全域性が確かめられたが、Case②では解は収束したもののその推定精度に問題を残した。一般に最速化問題においては解は複数個存在することがあり、初期値の与え方によってはそれらの局所解に収束すると思われる。Case②においても最終的に得られた周波数伝達関数がほとんど一致していることを考えると、局所解に収束したものと思われる。本研究では、周波数伝達関数の絶対値に注目したため位相の情報も考慮されていないが、今後この情報をも含んだ解析法による改善が期待される。

4.おわりに 本研究では構造物の動特性値を推定する方法を提示し、3質点系モデルにこれを適用した。その結果、初期値が真値に比較的近い場合は全体的な収束解が求まるが、初期値が真値とかなり離れている場合は局所解に収束することがあるのがわかった。

《参考文献》

- 1) G.H. Mcerry; Structural Identification in The Frequency Domain from Earthquake Records, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1980
- 2) 星谷 勝, 有藤 俊郎; 1984, 土木学会第39回年次学術講演会講演要集, I-419

	True Values	Initial Values	Optimum Values	
c_1	35.0	40.0	32.5	(t.s/m)
c_2	30.0	40.0	32.5	
c_3	25.0	35.0	23.2	(t/m)
k_1	3000.0	4000.0	2756.6	
k_2	2500.0	4000.0	2756.6	
k_3	2000.0	3500.0	2158.8	(t)
m_1	50.0			
m_2	45.0			
m_3	40.0			

Table.1 True Values, Initial Values and Optimum Values of Parameters

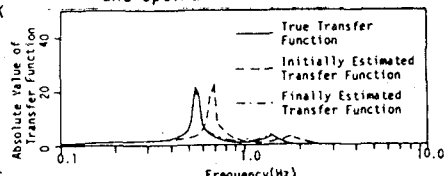


Fig.3 Transfer Functions

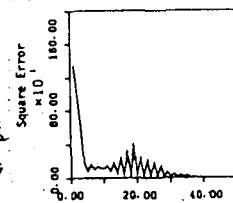


Fig.4 Square Error
 $S = \sum \{E(\omega) - G(\omega)\}^2$

	True Values	Initial Values	Optimum Values	
c_1	155.0	80.0	171.7	(t.s/m)
c_2	134.0	60.0	124.5	
c_3	113.0	40.0	100.4	
k_1	3000.0	12000.0	3859.9	(t/m)
k_2	2500.0	7500.0	2249.9	
k_3	2000.0	4000.0	1386.0	(t)
m_1	50.0			
m_2	45.0			
m_3	40.0			

Table.2 True Values, Initial Values and Optimum Values of Parameters

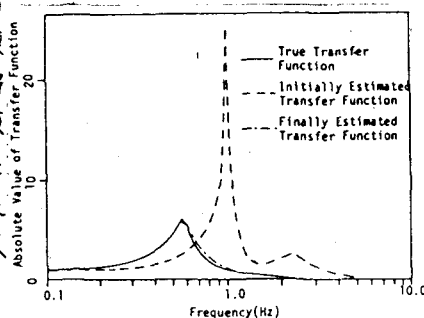


Fig.5 Transfer Functions

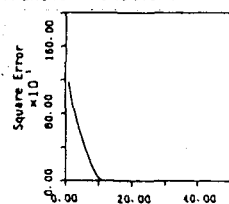


Fig.6 Square Error
 $S = \sum \{E(\omega) - G(\omega)\}^2$