

臨界角入射波動の差分解析について

広島大学工学部 正員 佐藤 誠

1. まえがき

弾性半無限領域内の平面波の伝播挙動は、 T とはすべての実体調和波の入射に対しては反射係数または応答係率の形で示され、理論的に明らかである。しかしながら非調和波の入射に対する過渡応答を問題にする場合には、入射波の性質と入射角によって応答を正確に求め得ない場合もある。その一つに非調和な平面波が臨界角を越えて入射する場合がある。この場合の応答は理論的には振動数応答関数の位相変化、数値解においては入射角の変化に対して応答係率が急変するなどの現象的特異性があり、それぞれ解析上の困難さがある。

こゝでは衝撃的なパルス波形を持つ平面波が半平面の自由境界に臨界角付近で入射する場合の自由境界の応答を対象とし、動光弾性実験による応答、波動方程式の差分解析による応答、および振動数領域解を用いた応答の関係を検討する。

2. 動光弾性実験結果と差分解析

写真-1に図-1に示す形の平面波パルスが、臨界角 $\gamma_c = 34^\circ$ で模型板の直線自由縁に対して入射角 $\gamma = 36.4^\circ$ で入射した場合の、動光弾性実験により得られた異色線縞模様の一連の応答例を示す。各駒間隔は $12.5 \mu\text{sec}$ である。異色線縞模様は異主応力差線と同じ意味を持つから、以下では便宜上この線上の値を最大せん断応力($T_{\max}$)と考えて用いる。

動光弾性実験では平面波と走行荷重法により発生させるため、写真-1には同時に発生し先行する平面P波による反射波も一部現われている。写真の視野内で右上りの直線状の縞が入射波面であり、その右側の右下りの直線状の縞がこれによる反射波面である。

今の場合臨界角を越えて入射であるから入射波による反射波は存在せず、代りに入射波と反射波に挟まれた境界付近に見える同心円状の縞模様として表面波が存在している。この同心円状の縞は中心に向かって $T_{\max}$ が大きくなり、最大の $T_{\max}$ は自由境界にないことがわかる。

図-2は写真-1の $12.5 \mu\text{sec}$ での境界上の縞次数から読み取った $T_{\max}$ の分布を示す。 $d = 6 \text{ cm}$ より左の値は先行するP波によるもので、これは右の鋭いピークを持つ部分の入射波による応答である。ピークの値は後述する理論解の値よりやや小さく、入射波単独の応答を意味めと考えられる。

図-3 (a), (b) はそれぞれ差分解析による異主最大せん断応力線図と粒子速度ベクトル図である。

差分解析は図-3 (a) に示す直角三角形ABCを解析領域とし、辺AB, ACを自由境界とした。斜辺BCに図-1の波の入射パルスと異面変位パルスを与えてあり、辺AB, ACへの入射角はそれぞれ 53.6° および 36.4° となる。

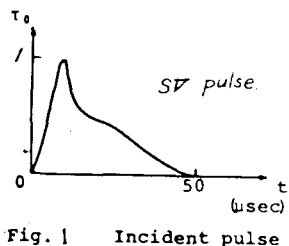


Fig. 1 Incident pulse

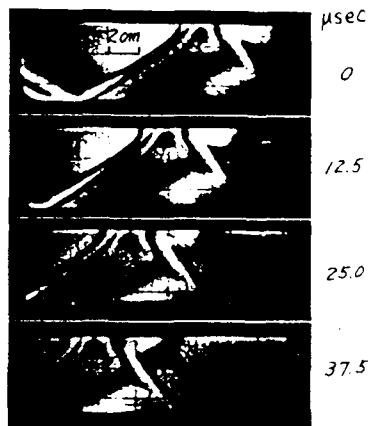


Photo. 1 Isochromatic fringe patterns

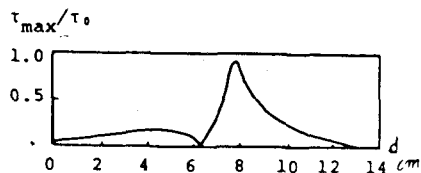
Fig. 2 Dynamic photoelastic response on free surface ($\gamma = 36.4^\circ$, $t = 12.5 \mu\text{sec}$)

図-3 (a) の AC 辺上の D 点の近傍における入射、反射 SV 波面およびこれらの間に存在する同心円状の模様は写真-1 の縞模様と極めて良く一致している。ただし E 点近傍の模様は差分解析上 C 点に入力変位を与えたために発生した表面波によるものである。AB 辺上の F、G 点近傍の応答も入射角が異なるために AC 辺上の応答に対応する。

図-3 (b) は (a) と同一時間 ($80\mu\text{sec}$) での差分格子点の粒子速度ベクトルである。この図からも入射、反射波面が明瞭であり、これには示さなかったが場合によっては最大せん断応力線図より一層波動挙動を明確に視覚化できる。

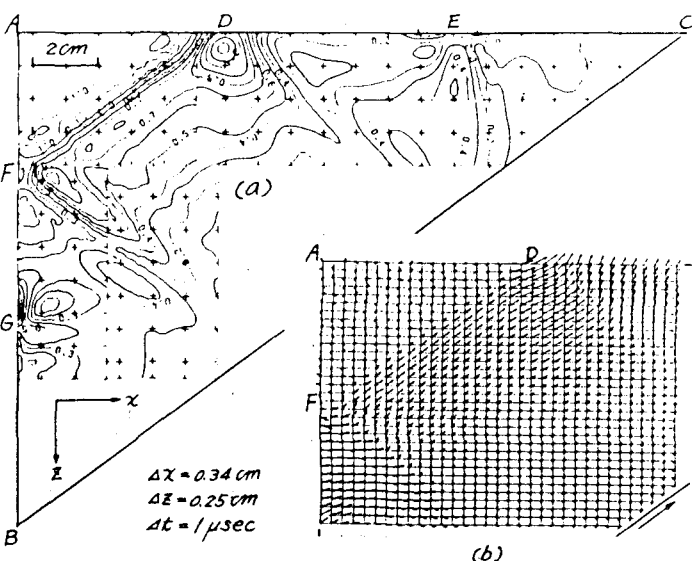


Fig. 3 (a) Equi-maximum shearing stress lines, (b) Particle velocity vectors ($\gamma=36.4^\circ, t=80\mu\text{sec}$)

3. 自由境界の応答

図-4 は図-3 に示した差分解の自由境界上の $\tau_{\max}$ (v_z に比例した値) と v_z の分布を入射パルスに対応するピーク値 (τ_0, v_0) で無次元化して示す。尚 v_x, v_z は x, z 方向の速度成分である。 $d=12\text{cm}$ 付近で前述の C 点からの表面波のために正しい応答を示さぬが、 v_z はほぼ入射パルスを保ち、 $\tau_{\max} (\propto v_x)$ は破線に示す入射パルスに先行し、しかも著しく応答波形が変化している。

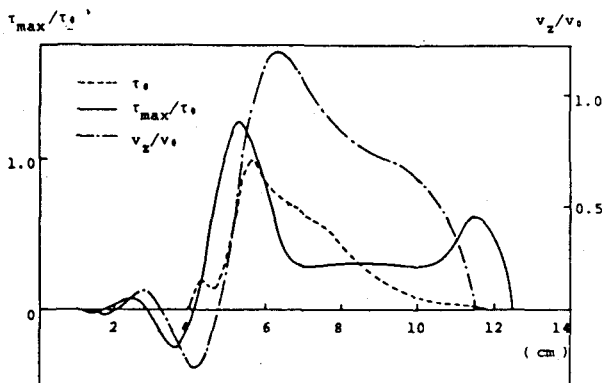


Fig. 4 Calculated responses of $\tau_{\max}$ and v_z on free surface ($\gamma=36.4^\circ$)

図-5 は調和波に対する理論解からフーリエ逆変換により、図-1 の入射パルスに対する自由境界の時刻歴応答を求めた結果である。この場合後続のゼロは入射パルス長の約 9 倍としている。

自由境界の粒子速度 $\bar{v}_\alpha$ ($\alpha=x, z$) は円振動数 ω のとき p を slowness とし

$\bar{v}_\alpha = v_\alpha^* \exp\{i\omega(px - t - \varphi_\alpha/\omega)\}$ と書ける。ここに v_α^* は振幅の絶対値であり φ_α は偏角である。

入射角が臨界角を越えろと $\varphi_x < 0$, $\varphi_z > 0$ となり、 $\bar{v}_x$ の位相は進み $\bar{v}_z$ の位相は遅れろ。そのため図-5 に示す応答となり、図-4 の差分解の応答はこれらの応答特性を示している。ただし理論解では 10 以上のフーリエ成分を含むため、位相が現象より極めて大きく進む応答を示している。

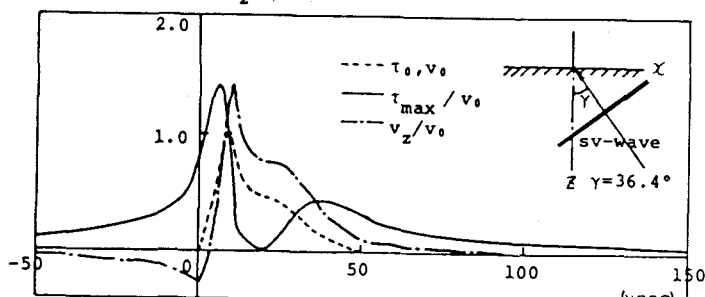


Fig. 5 Theoretical responses of $\tau_{\max}$ and v_z to SV-wave incidence on free surface ($\gamma=36.4^\circ$)

1) 佐藤誠, 動弾性実験における自由境界の応答, 第 12 回全国大会 1-320, 2) K. Aki et al., "Quantitative Seismology," Vol. 1, pp. 123-142