軸力を受ける棒の動的安定解析について

徳山高専　正員　重松　恒美
愛媛大学　正員　大賀水田生
徳山高専　正員○原　　　隆
徳山高専　正員　田村　隆弘

1．まえがき

軸方向に変動荷重をうける構造部材の動的安定問題に関する研究は、種々の解析法により行なわれている。従来これらの研究では、周期外力のもとで境界振動数式を用いて、安定および不安定領域が検討されてきた。しかし、構造部材の実際的挙動を把握するためには、動的挙動を考慮した解析が必要である。本研究では変動軸力を受ける棒の動的応答問題に対して、マトリックス関数法と剛体－ばね要素（以後RBSMと称する）を組み合わせた方法により、数値解析を行なった。そして、通常の有限要素（以後FEM と称する）を使用したNewmark-β法やマトリックス関数法により得られた結果と比較し本解析法の動的安定問題への適用性を検討した。

2．解析法

2－1．マトリックス関数法

本研究の数値解析では、マトリックス関数法を適用する[1]。また、要素としては剛体－ばねモデルを使用する。図－1に解析モデルを示す。棒は初期たわみを有し、軸方向に変動荷重を受け、支持条件は両端固定とする。

図－1に示す、初期たわみw_0を有する棒の運動方程式は次式となる。

$$M\ddot{x}+C\dot{x}+F_r=P(t)\cdot Gx-(K-P(0)G)x_0$$
$$=P(t)\cdot Gx+f_0 \quad \cdots(1)$$

上式で、M、C、Gは系の質量、減衰、幾何マトリックスである。また、F_rは弾性および弾塑性の復元力を示す。したがって、式（1)は一般的に次のように表わされる。

$$M\ddot{x}+C\dot{x}+Kx=f_0+\Delta f \quad \cdots(2)$$

または

$$\ddot{x}+2B\dot{x}+(D+B^2)x=M^{-1}(f_0+\Delta f) \quad \cdots(3)$$

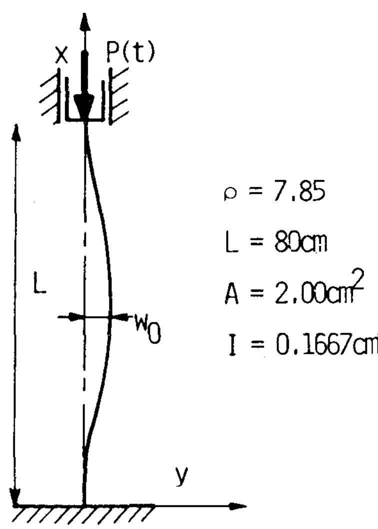
ここで、$B=M^{-1}C/2$、$D=M^{-1}K-B^2$, また、Kは弾性の剛性マトリックスである。

式(3) において、Δfは付加外力として扱われる。したがって、式（3)の一般解は次のようになる。

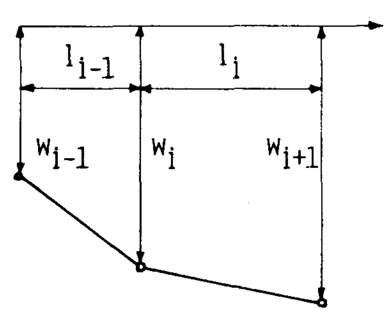
$$x_{i+1}=U_1x_i+U_2x_{i-1}$$
$$+W_1K^{-1}(f_0+\Delta f_i)$$
$$+W_2K^{-1}(f_0+\Delta f_{i-1}) \quad \cdots(4)$$

2－2．剛体－ばねモデル

図－2に川井らの提案した剛体－ばねモデル(RBSM)を示す[3]。要素は二本の剛な棒と回転ばねからなる。要素剛性マトリックスおよび幾何マトリックスは、



図－1．解析モデル



図－2．剛体－ばねモデル

変位に一次式を使用することにより得ることができる。また回転ばねのばね定数は、たわみを二次式で近似することにより得られる。

３．数値計算および検討

図－１に示す棒について、種々の数値計算法を適用する。なお、棒の固有振動数は８２Ｈｚであり、座屈荷重は２１６０ｋｇｆである。

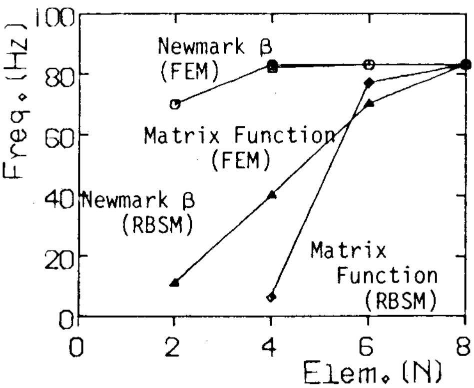
図－３、図－４に、種々の数値計算法による計算結果を示す。図－３は要素分割に対する収束の度合いを示す。図よりFEM を用いるほうがRBSMを用いるより収束が速い。また、FEM ではマトリックス関数法の方がNewmark-βよりも収束がやや遅いが、RBSMではその逆になっている。しかし、いずれも８要素程度で収束している。

図－４は要素分割と２００ステップの計算に要する時間の関係を示す。図より計算時間に関してはFEM よりRBSMの方が有利であることがわかる。これは、両方法のマトリックスサイズに起因している。またRBSMにおいても、Newmark-β法よりマトリックス関数法の方が有利である。

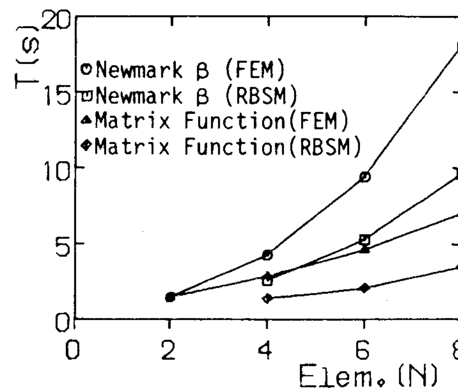
図－５にＰ（ｔ）＝Ｐｃｏｓθｔ（Ｐ＝１００ｋｇｆ、θ＝１６０Ｈｚ）の変動軸力を受ける場合の棒の中央の変位を示す。図において初期たわみの影響を考慮すると応答変位量が小さくなることがわかる。なお、変位応答の数値計算結果は、すべての計算法において一致した。

以上の数値計算結果より、RBSMを用いたマトリックス関数法は変動軸力を受ける棒の数値解析に有効であることがわかる。また、FEM を用いたマトリックス関数法は、非弾性領域の解析にも有効であり[2]、RBSMを用いたマトリックス関数法も付加外力を用いることにより、同様な解析を行なうことができる。

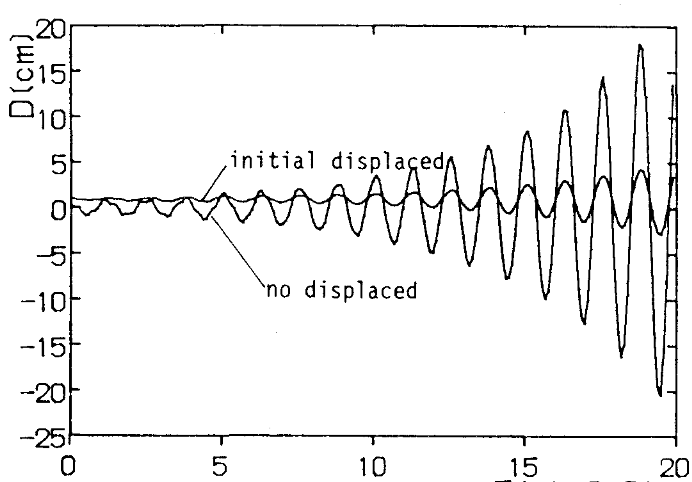
さらに、本解析法は板、シェルなどの二次元の動的安定問題にも、適用できるものとおもわれる。



図－３．収束状況



図－４．計算時間



図－５．応答曲線

【参考文献】[1].T.Shigematsu,T.Hara,M.Ohga:Zur numerischen und experimentellen Schwingungsuntersuchung von Bauwerken unter unregelmäßiger Belastung. Bauingenieur 1984
[2].T.Hara,T.Shigematsu,M.Ohga:Numerishe Berechnung bei nichtelastishen Schwingungssystemen mit Hilfe von Matrizenfunktionen. Bauingenieur 1985
[3] 川井、他：はりおよび平板の横衝撃応答に対する新しい離散化解析法．JSME 昭和54