

塑性域の拡がり を考慮した鋼平面骨組の一実用弾塑性解析法に関する研究

徳島大学工学部 正員 成行 義文 徳島大学工業短期大学部 正員 平尾 潔
 徳島大学工学部 正員 児嶋 弘行 鴻 池 組 正員 〇三浦 邦武

1. まえがき 従来より、骨組の塑性エネルギー吸収能力が、地震時の骨組の耐震性を表わす重要な要因として注目されている。これらにより正確に算定するためには、部材の断面のせい方向および部材軸方向における塑性域の拡がり を考慮した繰返し荷重をうける骨組の弾塑性解析を行う必要がある。通常、荷重の繰返しに伴う部材軸方向および断面内の弾塑性境界や降荷域境界の変動過程を離散的に記述するために、各部材を多数の材料層より構成される適当な長さの要素に分割し、多数の要素で構成されているとみなす方法が用いられる。しかし、要素を1つの部材とみなせば、骨組の全体剛性行列式の元数が膨大なものとなり、さらに材料層の数に応じて各々の履歴を表すための記憶量が著しく増大するため、実際の解析では演算時間ならびに計算機内に要する記憶容量等の面で困難さを伴う。一般に、この種の解析は、(1)繰返し荷重に対する断面の断面力-断面変形履歴関係の解析、(2)繰返し荷重をうける骨組の荷重-変位関係の解析 の2段階に分けられるが、(1)段階では、実験あるいは数値解析等の結果より定式化された近似式を用い、(2)段階では、部材を分割せずに塑性域の拡がり を考慮し得る部材剛性関係式を用いれば、より効率的な解析となる。本研究は、漸増荷重をうける平面骨組を対象として、従来の効率化について検討した文献(1)の方法を繰返し荷重を対象とした場合に拡張し、その有効性について若干の検討を行なったものである。

2. 繰返し荷重下の部材変形 θ_i, θ_j 平面保持の仮定のもとに誘導された完全弾塑性型の応力-ひずみ特性を有する矩形断面の理論モーメント(M)-曲率(ϕ)履歴関係は、降伏モーメント M_y および降伏曲率 ϕ_y で正規化して表わすと式(1)、図-1のようである。

$$\left. \begin{aligned} &\bullet \text{弾性域} : \phi = m + \phi_n^* - m_n^* \\ &\quad (Sm_n^* \leq Sm \leq Sm_n^* + 2S) \\ &\bullet \text{一次塑性域} : \phi = 2S / \sqrt{3 - S(m - m_n^*) + \phi_n^*} \\ &\quad (Sm_n^* + 2S \leq Sm \leq Sm_{n-1}^*) \\ &\quad k=2, k_{max} : \phi = 2S / \sqrt{3 - S(m - m_{n-2(k-1)}^*) + \phi_{n-2(k-1)}^*} \\ &\quad (Sm_{n-2(k-1)}^* \leq Sm \leq Sm_{n-2(k-1)-1}^*) \\ &\bullet \text{二次塑性域} : \phi = S / \sqrt{3 - 2Sm} \\ &\quad (Sm_{n-2(k-1)}^* \leq Sm < Sm_p) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 S : モーメント増加過程+1、減少過程-1、 $m_i^*, \phi_i^* (i=0, n)$: 塑性域における反転時の諸量、 k_{max} : n が偶数の場合 $\frac{n}{2}+1$ 、奇数の場合 $\frac{n}{2}$ である。

ここでは、これらの関係を用いて前述の効率化に関する検討を行なう。

図-2(a)に示すような単純ばり ij の j 端にモーメント M が作用し、 M が図-1の曲線上を、原点 $\textcircled{0} \rightarrow \textcircled{1} \rightarrow \textcircled{2} \rightarrow \textcircled{2} \rightarrow \textcircled{1} \rightarrow \textcircled{0}$ のように履歴したとすれば、部材内のモーメントの弾塑性境界等はモーメントの反転に伴って図-2(b)のように推移し、 $M-\phi$ 関係の構成式の数が異なるいくつかの領域に分かれる。図-2(b)の②段階では、4つの領域に分かれている。このような繰返し荷重をうける部材の材端 i, j のたわみ角 θ_i, θ_j は、モーメントの反転時 $(M_i^*, \theta_i^*), (M_j^*, \theta_j^*)$ と新たな原点とし、そこから次の反転点までの単調荷重過程での増分 $(\bar{\theta}_i, \bar{\theta}_j)$ に注目することにより、比較的

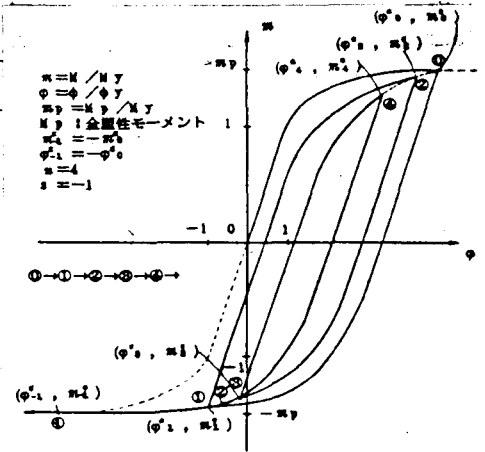


図-1

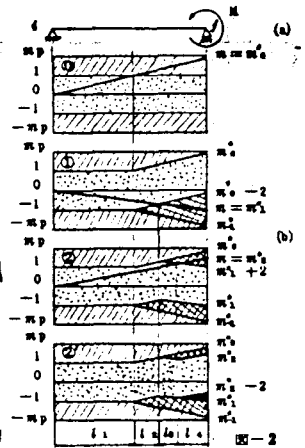


図-2

容易に求めることができる。ただし、部材の $\bar{\theta}_i, \bar{\theta}_j$ は、前述のように部材がいくつかの領域に分かれているため便宜上、各領域をそれぞれ1つの要素部材 k ($k=1, n_k$; n_k は領域数)とみなして、まずそれらの変形 $\bar{\theta}_{ki}, \bar{\theta}_{kj}$ を求め、ついで、それらを用いて式(2)により求める必要がある。

$$\bar{\theta}_i = \frac{1}{l} \left[\sum_{k=1}^{n_k} \bar{\theta}_{ki} l_k - \sum_{k=1}^{n_k} \left\{ \sum_{j=1}^{n_k} (\bar{\theta}_{kj} - \bar{\theta}_{ki}) \right\} l_{k+1} \right], \quad \bar{\theta}_j = \sum_{k=1}^{n_k} (\bar{\theta}_{kj} - \bar{\theta}_{ki}) + \bar{\theta}_i \quad (2)$$

3. 等価線形 m^* - φ^* 関係 図-3に示すように部材 i, j 端のモーメント m_i, m_j が、それぞれ m_i^*, m_j^* で反転したものとすると、反転時の残留撓量を除くと、部材内のモーメント-曲率関係は、図中の m^* - φ^* 座標で表わされるようになる。本研究では、この理論 m^* - φ^* 曲線を文献(1)と同様な方法で、式(3)のような等価線形関係に置き換えている。

$$\varphi^* = \alpha^* + \beta m^* \quad (3)$$

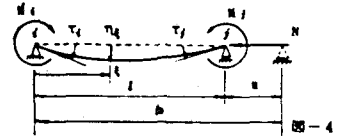
すなわち、式(3)を用いた場合の両端のたわみ角 ($\bar{\theta}_{ki} = \kappa \{ 3\alpha^* + (2m_i^* + m_j^*)\beta \}$, $\bar{\theta}_{kj} = \kappa \{ 3\alpha^* + (m_i^* + 2m_j^*)\beta \}$, $\kappa = \phi l / 6$) と、理論 m^* - φ^* 関係を用いた場合の、式(2)より求まる両端のたわみ角 ($\bar{\theta}_{ki}, \bar{\theta}_{kj}$) を等価と置くことにより、 α^*, β が式(4)のように得られる。

$$\alpha^* = \{ \bar{\theta}_{ki} / \kappa - (2m_i^* + m_j^*)\beta \} / 3, \quad \beta = (\bar{\theta}_{ki} - \bar{\theta}_{kj}) / \kappa (m_i^* - m_j^*) \quad (4)$$

式(3)を m - φ 座標で表わすと次式のようになる。 $\varphi = \alpha + \beta m, \quad \alpha = \varphi^* - \beta m^* + \alpha^* \quad (5)$

4. 変形法の基本式 (両端剛節部材の部材式) 図-4に示すように、部材力を $S^* = \{ N, M_i, M_j \}^T$ 、部材変形を $U^* = \{ u, \varphi_i, \varphi_j \}^T$ とすると、これらの関係は曲げの微分方程式に式(5)を代入して式(6)を解くことにより、式(7)のように求まる。(ただし、 $\alpha'_k = \alpha_k M_k, EI$ は曲げ剛性)

$$\frac{d^2 \eta_k}{d\xi^2} = -\phi_k = -\frac{1}{EI} (\alpha'_k + \beta M_k) \quad (6) \quad S^* = k^* U^* + C^* \quad (7)$$



剛性行列 k^* および荷重項 C^* は表-1に示すようである。

5. 計算例 図-5は、本法の解析精度を比較するために、矩形断面より成る1層1スパンラーメンの繰返し荷重 P と柱頭の水平変位 δ との関係をそれぞれ降伏荷重 P_y 、降伏変位 δ_y で正規化して示したものである。各半サイクルにおける $\bar{P}_i$ の振幅は、図中に $\bar{P}_{i \max}$ で示している。本法との比較に用いた部材分割法では、図中の塑性域が生ずるとされる部材(黒塗り)を n 等分割している。この図より本法の精度は良好であることがわかる。また、本法と同程度の精度を有すると思われる $n=4$ の場合の分割法による演算時間と本法による演算時間との比は、荷重の振幅および繰返し数の違いにより若干ばらつくが、大旨、片持ばりで2.5、1層1スパンラーメンで17程度となっており、漸増荷重を対象とした場合⁽¹⁾はほぼ同じ値を示していた。

6. あとがき 本法は演算時間および計算機内に要する記憶容量等の面で比較的使用的な解析法であると思われるが、今後実用断面の M - ϕ 関係の定式化について検討する必要がある。

参考文献 1) 成行、平尾、見嶋：等価 M - ϕ 関係を……、構造工学論文集 Vol. 31A 1985年3月, pp 223 ~ 234, 2) 平尾、見嶋、成行：鋼構造平面骨組の材料の……、徳島大学工学部研究報告、第25号、1980年3月, pp 99 ~ 114.

表-1

両端剛節部材	k^*			C^*
	$\frac{EA}{b}$	0	0	0
	0	$\frac{4EI}{\beta l}$	$\frac{-2EI}{\beta l}$	$-\frac{\alpha'_i}{\beta}$
	0	$\frac{-2EI}{\beta l}$	$\frac{4EI}{\beta l}$	$-\frac{\alpha'_j}{\beta}$

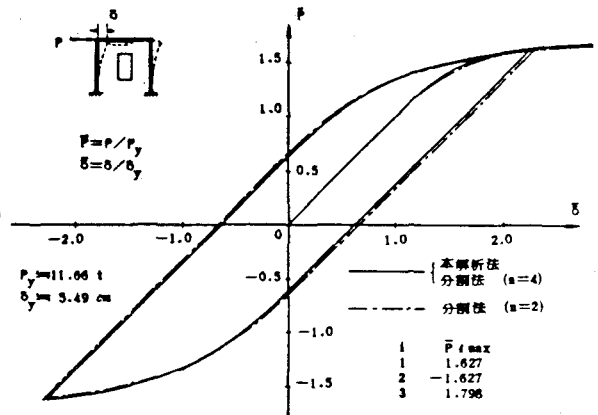


図-5