

## シミュレーション手法に基づく張り出し床版の静的応答解析

鳥取大学工学部 正会員 高岡宣善  
 鳥取大学工学部 正会員 白木 渡  
 鳥取大学工学部 学生員○安田 守

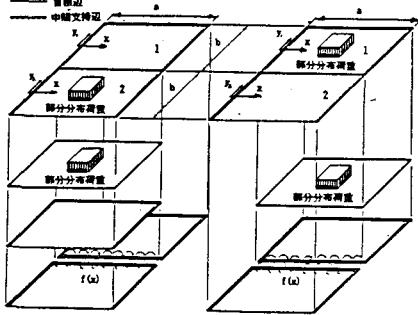
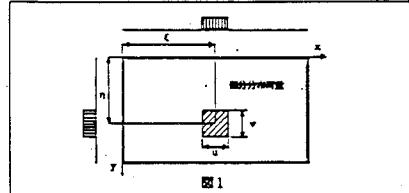
1. まえがき 本研究では道路橋の床版の張り出し部を対象として、破壊に影響があると見られる重車両が作用する場合の静的応答の評価をシミュレーション手法を用いて行なう。まず、阪神高速道路公団による活荷重実態調査の結果に基づいて、破壊に影響があると見られる注目車種の確率モデルを作成し、シミュレーションを行なって張り出し版の静的応答の確率特性値を評価する。そして、その結果を用いて床版張り出し部の信頼度の評価を行なう。また、現行示方書における床版の曲げモーメントレベルとの比較検討を行なう。

2. 版の基礎理論 自動車荷重（部分分布荷重）を受ける張り出し版を解析するためには、単純支持長方形版、三辺単純支持一辺自由辺の長方形版および周辺モーメントの作用を受ける長方形版の曲げ理論を考えなければならない。まず、図1のような座標系を考え、Z方向の変位を版のたわみ  $w(x, y)$  とすると、そのつり合い方程式は式(1) のようになる。ここに  $P$  は床版に作用する荷重であり、 $D$  は版の曲げ剛性で  $D = Eh/12(1-\nu^2)$ 、 $\nu$  : ポアソン比、 $h$  : 版厚、 $E$  : ヤング率である。一般に版のつり合い方程式を解くとき、その解は周辺の支持条件の影響を受ける一般解と荷重条件の影響を受ける特解の和によって得られる。特解を求める1つとして式(2) に示すナビアの2重級数があり、一般解を求める1つとして式(3) に示すレピーの解がある。ここに、 $a, b$  は長方形の横および縦の長さであり、 $A_m, B_m, C_m, D_m$  は係数である。 $\alpha_{mn}$  は荷重  $P$  を2重フーリエ級数展開したときの係数で、本研究では部分分布荷重を考えるため式(4) のようになる。ここに  $u, v, f, \eta$  は図1に示すような諸量である。部分分布荷重を受ける単純支持長方形版のたわみ  $w$  の一般解は式(3) の係数項がすべてゼロとなるため、式(4) を特解式(2) に代入することにより求めることができる。また、式(5) のような級数和を用いることによってたわみ  $w$  は式(6) のように表すことができる。さて、部分分布荷重を受ける三辺単純支持一辺自由辺の長方形版において、特解は上記と同様であるが、一般解は式(7) の示すような係数を有する。これらの係数を式(3) に代入して式(5) との和を求めるとたわみ式  $w$  が求まる。周辺モーメントの作用を受ける単純支持および三辺単純支持一辺自由辺の長方形版のたわみを求める場合、図2のように周辺モーメント  $f(x)$  (式(8)) が作用すると考える。このような周辺条件の基に式(1) の方程式 ( $P=0$ ) を解いて単純支持および三辺単純支持一辺自由辺の長方形版のたわみ  $w$  を求める式(9)、式(10) の係数を式(3) に代入したものとなる。これらには未知係数  $E_m$  が含まれる。

$$\left. \begin{aligned} A_m &= 0 \\ B_m &= \frac{-2\pi m}{\pi(m+1)} \\ C_m &= B_m(C_m + C_{m+1}) \\ D_m &= \frac{D_m}{\pi(m+1)} \\ D_m &= \frac{2}{(1-\nu)}(\cosh \lambda mb + \frac{1+\nu}{1-\nu} \tanh \lambda mb) \\ D_m &= \frac{1-\nu}{1-\nu} \tanh \lambda mb + \lambda mb \\ C_m &= \frac{\lambda}{1-\nu} \cosh \lambda mb + \lambda mb \end{aligned} \right\} (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_x &= \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_y = \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_y = 0 \\ \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_y &= \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_x = 0 \end{aligned} \right\} (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_x &= \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_y = 0 \\ \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_y &= \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_x = 0 \end{aligned} \right\} (12)$$



$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{P}{D} \quad (1)$$

$$w = \frac{C_m}{D_m} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi x}{a}}{\sin \frac{n\pi a}{a}} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{n\pi h}{b} \quad (2)$$

$$w = \sum_m (A_m \cosh \lambda_m y + B_m \sinh \lambda_m y + C_m \sin \lambda_m y + D_m \cosh \lambda_m y) \sin \lambda_m y \quad (3)$$

$$A_m = \frac{16P}{\pi^2 m^2 a^2} \sin \frac{m\pi a}{a} \sin \frac{m\pi b}{b} \sin \frac{m\pi h}{b} \quad (4)$$

$$S_{mn} = \sum_k \frac{\sin \frac{k\pi x}{a}}{\sin \frac{k\pi a}{a}} \frac{-2\pi k}{k^2 b^2} - \frac{\pi k \sinh \theta (k\pi x)}{k^2 b^2 \sinh \theta k\pi x} \quad (5)$$

$$+ \frac{4B_m}{k^2 \sinh \theta k\pi x} + \frac{4B_m \sinh \theta (k\pi x)}{k^2 \sinh \theta k\pi x} \quad (6)$$

$$w = \frac{4\pi h}{D_m} \sum_m (S_{(m)} + S_{(m+1)} - S_{(m-1)}) \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \sin \frac{m\pi h}{b} \quad (7)$$

$$\sum_x (y + \eta - \pi/2) \pi/2 \quad \sum_x (y - \eta + \pi/2) \pi/2 \quad \sum_x (y - \eta - \pi/2) \pi/2 \quad \sum_x (y + \eta + \pi/2) \pi/2 \quad B_m = P/a^2 \quad (8)$$

$$A_m = B_m = F_i / (2 \sinh \theta k\pi b + (1-\nu) \lambda_m \cosh \theta k\pi b) \quad D_m = -F_i (1-\nu) \sinh \theta k\pi b / R \quad (9)$$

$$R = -(1-\nu) \lambda_m \cosh \theta k\pi b + (1-\nu) \sinh \theta k\pi b \cosh \theta k\pi b \quad (10)$$

$$F_i = \frac{4\pi h}{D_m} \sum_m \frac{(-1)^{m+1} [n^2 + (2-\nu) \lambda_m^2 m^2]}{(n^2 + \lambda_m^2 m^2)^2} \quad (11)$$

$$f(x) = \sum_m E_m \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (12)$$

$$A_m = \frac{4\pi^2 E_m \lambda_m^2 \tanh \theta k\pi b}{4\pi^2 D_m \cosh \theta k\pi b} \quad B_m = \frac{\alpha^2 E_m}{4\pi^2 D_m \cosh \theta k\pi b} \quad \alpha = \frac{m\pi b}{2a} \quad (13)$$

$$C_m = \frac{4\pi^2 E_m \cosh \theta k\pi b}{4\pi^2 D_m \sinh \theta k\pi b} \quad D_m = \frac{\alpha^2 E_m}{4\pi^2 D_m \sinh \theta k\pi b} \quad (14)$$

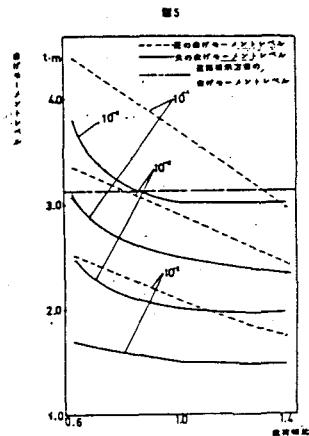
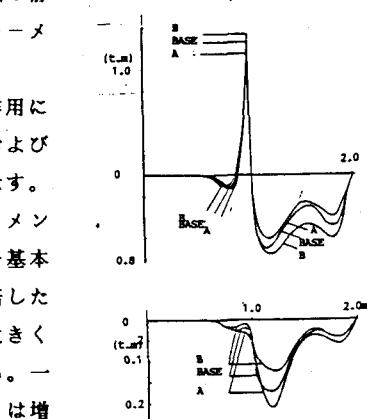
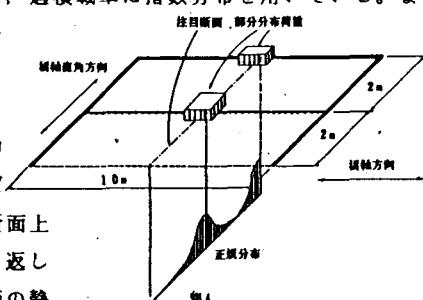
$$M_{xx} = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (15)$$

$$M_{yy} = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (16)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = M_{xz} = M_{yz} = D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (17)$$

さて、張り出し版のたわみを求めるとき、まず、図2のような載荷を考える。そして版の中間支持辺のたわみの傾きの関係式(11)を用いて未知係数 $B_m$ を求める。この $B_m$ を式(9)と式(10)に代入して図に示すように重ね合わせ、その二次導関数を式(13)に代入することにより図2のように部分分布荷重を受ける張り出し版の曲げモーメントが求まる。同様に、図3のような載荷条件のとき、関係式(12)を使ってたわみ式およびモーメント式を求めることができる。

**3 シミュレーション手法による張り出し床版の静的応答の確率特性値の評価法** 本研究では、シミュレーションを行なうに際して必要な活荷重モデルとして、阪神高速道路公团設計荷重(H.D.L.)委員会が作成したモデル用いることにする。これによれば、床版の破壊に影響があると思われる軸重は7車種8軸種である。これは各軸種の重量分布を理論分布に当てはめたときに軸重20t以上の発生確率が0.1以上のものを選定したものである。理論分布のあてはめとしては、積載車に対数正規分布、過積載車に指數分布を用いている。また、軸重は輪重に変換する。以下にシミュレーション方法の概要を示す。活荷重パラメータの特性に従い車両特性を定める。これより注目車種を1台発生させ、あらかじめ設定した計算機内の床版上に載荷する。この際、注目輪重の載荷位置は図4のように橋軸方向中央で、橋軸直角方向には中間支持辺を中心として標準偏差30cmのばらつきをもつ正規分布に従うものとする。床版に定められた注目断面上の観測点ごとの荷重の応答値を求めるという操作を所定の回数繰り返して得られた値にアンサンブル統計処理を施することで輪重による床版の静的応答値の確率特性値を求める。また同時に、断面上の最大曲げモーメントの特性値も求める。



**4 数値計算例および考察** 実際に数値計算を行って、活荷重の作用によって注目断面上に発生した曲げモーメントの確率特性値の評価および床版の曲げに対する信頼度の評価を行なう。結果の一例を図5に示す。図5は輪重の載荷幅を変化させたときの注目断面における曲げモーメントの平均値と分散を示したものである。本研究では載荷幅 $v=50\text{cm}$ を基本としているが、これを1として、その0.6倍したものをA、1.4倍したものをBとした結果を図に示している。この結果より、載荷幅を大きくすると曲げモーメントのばらつきは小さくなるが平均値は増大する。一方、載荷幅を小さくするとき、平均値は小さくなるがそのばらつきは増大する。これより載荷幅の変化は曲げモーメントに少なからぬ影響を与えることがわかる。つぎに、最大曲げモーメントに着目して床版の曲げのに対する信頼度の評価を行なう。まず、最大曲げモーメント値の理論分布への当てはめを行なってみた。その結果、グンベル分布が良い近似を示していることがわかったので、分布形はグンベル分布であると仮定し、規定された超過確率に対する曲げモーメントレベルとの間の関係を示したのが図6である。図中実線は各超過確率における正の曲げモーメントレベルであり、破線は各超過確率における負の曲げモーメントレベルである。道路橋示方書による片持ち床版の設計曲げモーメント値を一点鎖線で記入する。これを見ると、設計曲げモーメントレベルを超える確率は正のレベルで $10^{-3} \sim 10^{-4}$ のオーダーであり、負のレベルで $10^{-5}$ のオーダーであることがわかる。これはきわめて大きな値であるといえる。

1)P.S.チモシェンコ他：板とシェルの理論(上)，ブレイン図書，1973-7.  
2)阪神高速道路公团設計荷重(H.D.L.)委員会：活荷重実態調査資料，1983～1984.