2種類の四辺形鎖の誤差特性の比較

岡山大学工学部　正員　森　忠次

1 まえがき

測量網の観測においては，器械の移動と設置が面倒である。そこで，1つの測点から測距と測角を同時に行える器械を用いて，器械設置点数を減じた測量網の誤差特性を例によって明らかにする。なお，測量効率に関する事項も示して，効率よく測量できることも示す。

規則的な配列の測量網としては，図-1のような各種のものが考えられる。図中のD，Eは河の一方の岸に沿ってのみ器械本体を移動する例である。本文では，四辺形を連ねた鎖としてA，Bの場合を考えることにした。構成要素の四辺形は，すべて同一寸法の正方形とする。

2. 条件式と観測誤差

Aの場合の成立条件は，対角線$\overline{BD}$が観測値を用いて左右から計算したときに等しいことと，点Cにおける測点条件である。Bの場合にも，対角線$\overline{BD}$が等しいことと，測点Cにおいて測点条件が成立することである（B1とする）。ただし点Cにおいて鎖外側の角を測らずに測点条件を用いない方式も考えられる（B2とする）。

観測誤差の仮定が鎖の誤差の状態に影響する。ここでは，角誤差と距離誤差が釣合うように観測を行うものと仮定する。すなわち，辺長をSとするとき，角観測の標準誤差をσ_0とすれば，距離観測の誤差は$S\sigma_0$であると仮定する。なお，辺長をSで割った無次元量を用いることにする。そうすると，角も距離もともに標準誤差がσ_0であるとして取扱うことができる。

3. 最確値のCofactor

以下に最小二乗法による調整結果を示すが，最確値の標準誤差σは，そのCofactor Q，あるいは重みpを用いて，

$$\sigma = \sigma_0\sqrt{Q} = \sigma_0\sqrt{1/p}$$

と表わせる。したがって，誤差の比較にはQまたは$\sqrt{Q}$の値を用いることにする。

図-2は，正方形を6個連ねた鎖A，Bおよび通常の単列三角鎖につ

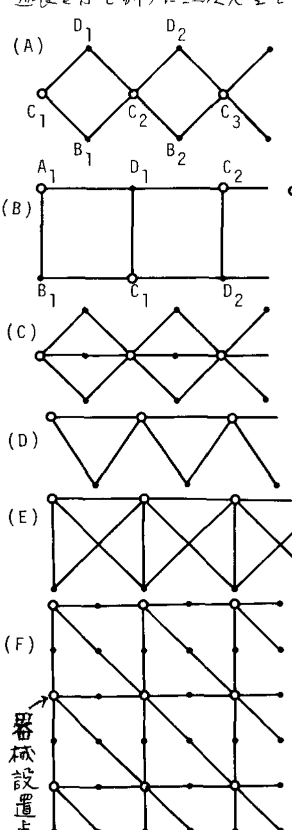


図-1　測量網の例

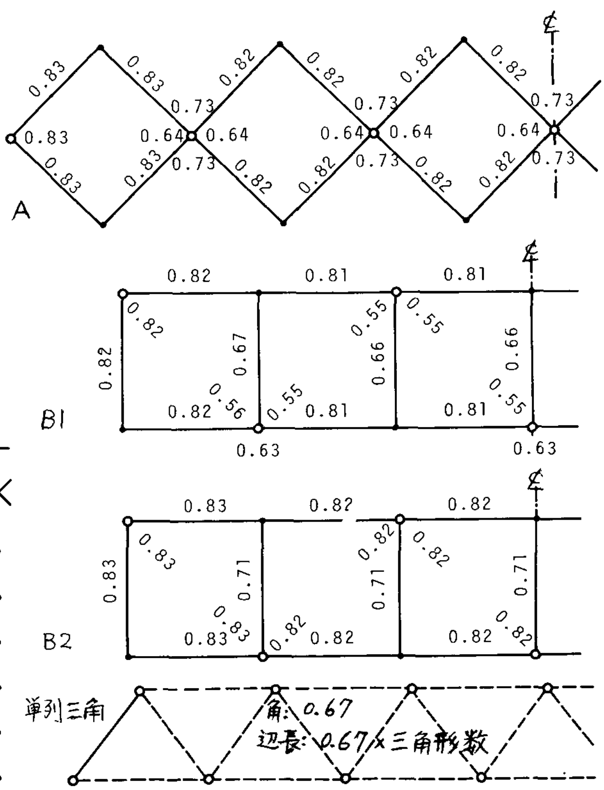


図-2　Cofactorの比較

いて，最確値のCofactorを示したものである[1]。いずれの場合においても，拘束条件を有するために，観測値よりも最確値の方が誤差の減小することは当然であるが，その中でも単列三角鎖の誤差が一番小さく，B2のように測点調整を行わなければ，誤差の大きくなることがわかる。

表−1　鎖の要素数と最確値の誤差の平均

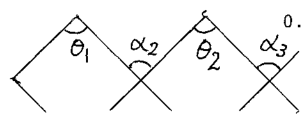
要素数		1	2	4	6	8	10	14	20		∞
鎖の区別	A	.91	.89	.88	.87	.87	.87	.87	.87		.866
	B1	.91	.87	.84	.83	.83	.83	.82	.82		.816
	B2	.91	.91	.90	.90	.90	.90	.90	.90		.894
	単列三角	.82	—	—	—	—	—	→	.82		.816

Cofactor行列のトレースは，(観測数)−(条件式数) という関係を用いて求められる[2]。このトレースの平均値の平方根によって最確値の誤差の平均値と考えることができるから，この値を示したのが表−1である。観測誤差をすべての場合に同一としているから，観測数に対して余剰観測数の多いほど表−1の数値が小さくなるのは当然のことである（表−3参照）。

表−1のみで鎖全体の誤差特性がわかるものではない。辺長のCofactorについて考えると，図−2に示すとおり，単列三角鎖の場合では，辺長観測を行わないから，辺長cofactorは、0.67×三角形数 という形で増大するが，鎖A，Bでは要素を連ねても辺長Cofactorが増大することはない。

表−2　測線方向に関するCofactor行列（正方形6個，A）

θ_1	α_2	θ_2	α_3	θ_3	α_4
1.43	-0.14	-0.07	0.01	0	0
	0.73	-0.13	0.01	0.01	0
		1.37	-0.13	-0.06	0.01
			0.73	-0.13	0.01
				1.37	-0.13
					0.73



つぎに測線の方向誤差を考えてみよう　Aの場合について，最確値の相関を考慮に入れて，測線方向計算に必要な角についてcofactor行列を計算したものを表−2に示す。これより直接に観測を行っていない角θのcofactorの大きいことがわかるであろう。表−2の値を用いて測線方向の誤差を算出することを考えよう。θ同志，α同志あるいはθとαとの間の相関は隣のものまでであって，それ以上離れた角との相関が小さいので，離れた角との相関は無視できる（表−2における破線右上部を省略できる）ことがわかる。この仮定を用いて，図−1における測線C_1D_1を基準にしてD_nC_{n+1}という測線の方向を計算した場合を考えると，Cofactorは近似的に$2.5\times n$位になると考えなければならない（nは四角形数）。単列三角鎖の場合は，三角数に比べて測点数が少ないので同列の比較はできないとしても，cofactorは$0.67\times n$（nは三角形数）となっている。

4．効率，その他

表−は要素数や測点数などをほぼ同じ値にしたときに対して，観測作業の手数に関係する数字を示したものである。表−4には，(全測点数)/(器械設置点数)を示した。すなわち，1点に器械を設置したときに何点の座標を決定できるかという数値である。

表−3　測点数と観測数

区別	要素数	全測点数	器械点数	全観測数	測角数	測距数	余剰観測数
A	6	19	7	46	22	24	11
B1	6	14	7	36	17	19	11
B2	6	14	7	31	12	19	6
単列三角	13	15	15	40	39	1	13

表−4　器械設置1点当りの測点数

鎖の区別	A	2.0	2.3	2.6	2.7	2.8	2.8	2.9	2.9		3.0
	B	2.0	—	—	—	—	—	→	2.0		2.0
	単列三角	1.0	—	—	—	—	—	→	1.0		1.0

以上より，A，Bなどが効率のよい測量であることがわかるだろう。目標とする精度に応じて器械の種類を選べば，σ_0を変化させることができるから，測点の配置に応じて種々な効率のよい測量網が考えられるはずである。

1）森　忠次：角と距離を測った1つの四辺形鎖の誤差特性，土木学会昭和59年度学術講演会で発表予定。
2）森　忠次：測量学(2) 応用編，p.350（1981）.