ロックボルトによる地盤内応力の近似解析

東洋建設(株) 正 ○森木 悟
〃 供長 稔
〃 安養寺 志宣

1 はじめに

近年トンネル工法でNATMが多く採用され、電算機の発達とともに有限要素法などでロックボルトの支保効果が調べられている。本報告は、水平地表面を有する平面歪状態の弾性地盤中に円形トンネルの半径方向に施工されたロックボルトを2荷重で表現し、双極座標を用いてフーリエ級数と応力の重ね合わせによりロックボルトによる地盤内応力を近似解析しようとするものである。

2 双極座標の応力関数

地盤内初期応力を水平変位拘束の応力状態と仮定し、トンネルを掘削した時の地盤内応力状態は次式の応力関数$\left(\frac{\chi}{J}\right)_0$より求められる。

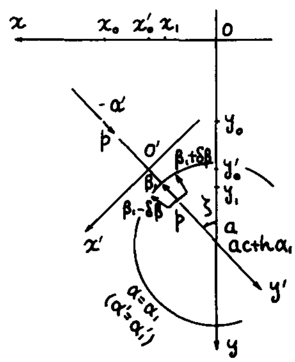

図1 座標

(1)
$$\left(\frac{\chi}{J}\right)_0=K_0\Big[\!\Big[\Theta\sin\beta+K_1\sinh\alpha\ln(\cosh\alpha-\cos\beta)+K_2\alpha(\cosh\alpha-\cos\beta)+K_3(\cosh2\alpha-1)\cos\beta+K_4\sinh2\alpha\cos\beta$$
$$+\sum_{n=2}^{\infty}\Big\{K_5\frac{e^{-n\alpha}}{n}\sinh\alpha+M_n[\cosh(n+1)\alpha-\cosh(n-1)\alpha]+N_n[(n-1)\sinh(n+1)\alpha-(n+1)\sinh(n-1)\alpha]\Big\}\cos n\beta\Big]\!\Big]$$
$$+K'_0\Big[\!\Big[\sinh^3\alpha/(\cosh\alpha-\cos\beta)^2+K'_2\alpha(\cosh\alpha-\cos\beta)+K'_3(\cosh2\alpha-1)\cos\beta+K'_4\sinh2\alpha\cos\beta$$
$$+\sum_{n=2}^{\infty}\Big\{M'_n[\cosh(n+1)\alpha-\cosh(n-1)\alpha]+N'_n[(n-1)\sinh(n+1)\alpha-(n+1)\sinh(n-1)\alpha]\Big\}\cos n\beta\Big]\!\Big]$$

地盤内(x_0,y_0)に作用する点荷重(集中力)による地盤内応力を導くために、図1に示す座標(x',y')を定める時、その各要素は式(2),(3)で表わせる。

(2)
$$\begin{cases} x'=(x-x'_0)\cos\zeta+(y-y'_0)\sin\zeta \\ y'=-(x-x'_0)\sin\zeta+(y-y'_0)\cos\zeta \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} \zeta=\tan^{-1}\left(\dfrac{x_0}{a\,cth\,\alpha_1-y_0}\right) & \alpha'_1=\ln\left\{\left(\dfrac{x_0}{a}\right)\sinh\alpha_1\,\mathrm{cosec}\,\zeta\right\} \\ a'=a\,csch\,\alpha_1\sinh\alpha'_1 & O'(x'_0,y'_0)=(x_0-a'\sin\zeta,\ y_0+a'\cos\zeta) \end{cases}$$

座標(x',y')に対応する双極座標(α',β')において、極±a'にy'方向に大きさpの集中力が作用し、トンネル壁面$(\alpha'=\alpha'_1)$で境界条件$\sigma'_{\alpha}=\tau'_{\alpha\beta}=0$を満足する応力関数$\left(\frac{\chi}{J}\right)_1$は次式となる。

(4)
$$\frac{1}{a'}\left(\frac{\chi}{J}\right)_1=\frac{p}{2\pi}\Big[\!\Big[\Theta'\sin\beta'+L_1\sinh\alpha'\ln(\cosh\alpha'-\cos\beta')+L_2\alpha'(\cosh\alpha'-\cos\beta')+L_3\sinh2\alpha'\cos\beta'$$
$$+\sum_{n=2}^{\infty}\{Q_n\sinh(n+1)\alpha'+R_n\sinh(n-1)\alpha'\}\cos n\beta'\Big]\!\Big]$$

ここに、

(5)
$$\begin{cases} L_1=-\dfrac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \qquad L_2=\dfrac{2-3\nu}{1-\nu}cth\,\alpha'_1+\dfrac{1}{2(1-\nu)}cth\,2\alpha'_1 \qquad L_3=\dfrac{2-3\nu}{2(1-\nu)}(cth\,\alpha'_1-1)+\dfrac{1}{4(1-\nu)}csch\,2\alpha'_1 \\ Q_n=\dfrac{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\left(e^{-\alpha'_1}\sinh\alpha'_1-\frac{e^{-n\alpha'_1}}{n}\sinh n\alpha'_1\right)+e^{-n\alpha'_1}\sinh\alpha'_1\sinh(n-1)\alpha'_1}{\cosh n\alpha'_1\sinh n\alpha'_1-n\cosh\alpha'_1\sinh\alpha'_1} \end{cases}$$

$$
R_n = -\frac{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\left(e^{\alpha_i'}\sinh\alpha_i' - \frac{e^{-n\alpha_i'}}{n}\sinh n\alpha_i'\right) + e^{-n\alpha_i'}\sinh\alpha_i'\sinh(n+1)\alpha_i'}{\cosh n\alpha_i'\sinh n\alpha_i' - n\cosh\alpha_i'\sinh\alpha_i'}
$$

$\left(\frac{\chi}{J}\right)_1$で生じる応力$\sigma_\alpha'$, σ_β', $\tau_{\alpha\beta}'$は式(6)で座標(x, y)に対応する座標(α, β)の応力σ_α, σ_β, $\tau_{\alpha\beta}$となる。

$$
(6)\quad
\begin{cases}
\sigma_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_\alpha' + \sigma_\beta') - \frac{1}{2}(\sigma_\alpha' - \sigma_\beta')\cos 2(\zeta + \Theta' - \Theta) + \tau_{\alpha\beta}'\sin 2(\zeta + \Theta' + \Theta) \\
\sigma_\beta = \frac{1}{2}(\sigma_\alpha' + \sigma_\beta') + \frac{1}{2}(\sigma_\alpha' - \sigma_\beta')\cos 2(\zeta + \Theta' - \Theta) - \tau_{\alpha\beta}'\sin 2(\zeta + \Theta' + \Theta) \\
\tau_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2}(\sigma_\alpha' - \sigma_\beta')\sin 2(\zeta + \Theta' - \Theta) + \tau_{\alpha\beta}'\cos 2(\zeta + \Theta' + \Theta)
\end{cases}
$$

地表面$(\alpha=0)$での境界条件$\sigma_y = \tau_{xy} \equiv 0$を満足させるには、$\left(\frac{\chi}{J}\right)_1$が地表面で生じる応力を$\hat{\sigma}_\alpha$, $\hat{\tau}_{\alpha\beta}$と表わし，それぞれフーリエ級数で近似できる時、$\alpha=0$で$-\hat{\sigma}_\alpha(\beta)$, $-\hat{\tau}_{\alpha\beta}(\beta)$となりトンネル壁面$(\alpha=\alpha_1)$での境界条件を満足する応力関数$\left(\frac{\chi}{J}\right)_2$, $\left(\frac{\chi}{J}\right)_3$が必要である。

$$
(7)\quad
\begin{aligned}
\frac{1}{a}\left(\frac{\chi}{J}\right)_2 = {} & F_1\cosh 2\alpha\cos\beta + F_2(\cosh 2\alpha - 1)\cos\beta + F_3\left[\alpha(\cosh\alpha - \cos\beta) + \frac{1}{2}\sinh 2\alpha\cos\beta\right] \\
& + \sum_{n=2}^{\infty}\left\{\frac{2e^{-n\alpha}}{(n-1)n(n+1)}(n\sinh\alpha + \cosh\alpha) + H_n[\cosh(n+1)\alpha - \cosh(n-1)\alpha]\right. \\
& \left. + I_n[(n-1)\sinh(n+1)\alpha - (n+1)\sinh(n-1)\alpha]\right\}(C_n\cos n\beta + S_n\sin n\beta)
\end{aligned}
$$

$$
(8)\quad
\begin{aligned}
\frac{1}{a}\left(\frac{\chi}{J}\right)_3 = {} & F_1'\cosh 2\alpha\sin\beta + F_3'\sinh 2\alpha\sin\beta + \sum_{n=2}^{\infty}\left\{2e^{-n\alpha}\sinh\alpha + H_n'[\cosh(n+1)\alpha - \cosh(n-1)\alpha]\right. \\
& \left. + I_n[(n-1)\sinh(n+1)\alpha - (n+1)\sinh(n-1)\alpha]\right\}(C_n'\cos n\beta + S_n'\sin n\beta)
\end{aligned}
$$

次に、トンネル壁面$(x_1, y_1) = (\alpha_1, \beta_1)$近傍で，壁面周囲$\beta = [\beta_1 - \delta\beta, \beta_1 + \delta\beta]$に荷重$p'$が作用し，この分布荷重がフーリエ級数で近似できる時、地表面の境界条件と壁面で$p'(\beta)$となる条件を満たす応力関数$\left(\frac{\chi}{J}\right)_4$は式(9)である。

$$
(9)\quad
\begin{aligned}
\frac{1}{a}\left(\frac{\chi}{J}\right)_4 = {} & F_2''(\cosh 2\alpha - 1)\cos\beta + F_3''\left[\alpha(\cosh\alpha - \cos\beta) + \frac{1}{2}\sinh 2\alpha\cos\beta\right] \\
& + \sum_{n=2}^{\infty}\left\{H_n''[\cosh(n+1)\alpha - \cosh(n-1)\alpha] + I_n''[(n-1)\sinh(n+1)\alpha - (n+1)\sinh(n-1)\alpha]\right\}(C_n''\cos n\beta + S_n''\sin n\beta)
\end{aligned}
$$

以上の応力関数$\left(\frac{\chi}{J}\right)_0$, $\left(\frac{\chi}{J}\right)_1$, $\left(\frac{\chi}{J}\right)_2$, $\left(\frac{\chi}{J}\right)_3$, $\left(\frac{\chi}{J}\right)_4$により生じる応力を重ね合わせて，ロックボルトによる地盤内応力を近似する。