

混合層からの慣性重力波の過剰反射

○蒲地政文（山大，建設），本地弘之（九大，応力研）

1. 目 的

本講演の目的は、慣性重力波と混合層内の主流との相互作用を明らかにすることにある。特に、(1)過剰反射の条件を求め、(2)さらに過剰反射時の物理量(ε波の作用、平均運動量、エネルギー)を調べる。ここでは、Andrews & McIntyre (1978a,b) によって確立された、一般化されたラグランジュ平均の方法を用いる(詳細は、Kamachi & Grimshaw (1984) 参照)。

2. 波動場の構造

座標系を図1に示す。ブジネスク近似と静水圧近似を用いる。流体粒子の実質変位を $\xi=(\xi, \eta, \zeta)$ とおくと、 ξ と波の流速 $u_1=(u_1, v_1, w_1)$ とは、

$$D\xi/Dt = u_1 + (\xi \cdot \nabla) u_0 \quad (1)$$

という関係にある。ここで、 $D/Dt = \partial/\partial t + u_0 \cdot \nabla$

であり、 u_0 は主流である。式(1)を用いて、Eulerの式を変形すると、以下のように求まる。

$$\frac{D^2 \xi}{Dt^2} - f \left(\frac{D\eta}{Dt} - \zeta \frac{dv_0}{dz} \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{D^2 \eta}{Dt^2} + f \left(\frac{D\xi}{Dt} - \zeta \frac{du_0}{dz} \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial x} = 0, \quad (3)$$

$$N^2 \zeta + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

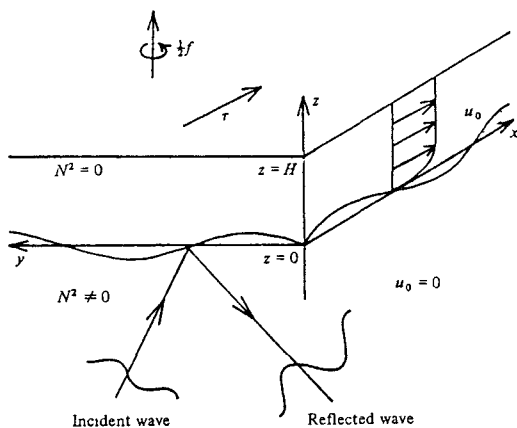


図1 座標系の設定

平面波解 $\zeta = \hat{\zeta}(z) \exp(is) + c.c.$, ここで、

$s = kx + ly - \sigma t - \theta$, $\hat{\zeta}(z) = I \exp(imz) + R \exp(-imz)$, $z < 0$, を用いると、解は次のようになる。

$$\hat{\zeta}(z) = \frac{p_1}{\rho_0} \frac{(k^2 + l^2)(\omega^2 - f^2)^{1/2}}{\omega} \exp(-i\phi) \int_H^z \frac{\omega \exp(i\phi)}{(\omega^2 - f^2)^{3/2}} dz, \quad 0 < z < H \quad (6)$$

ここで、

$$\phi(z) = \int_0^z f \left(k \frac{dv_0}{dz} - l \frac{du_0}{dz} \right) / (\omega^2 - f^2) dz, \quad (7)$$

$\omega(z) = \sigma - ku_0 - lv_0$. 下層では、分散関係 $m^2(\sigma^2 - f^2) = N^2(k^2 + l^2)$ と、群速度から $\sigma m < 0$ が求まる。上下層の界面で ζ が連続であることから、反射係数が次のように求まる。

$$\frac{R}{I} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}, \quad (8)$$

ここで、

$$\gamma = \frac{im(\sigma^2 - f^2)^{3/2}}{\sigma} \int_0^H \frac{\omega \exp(i\phi)}{(\omega^2 - f^2)^{3/2}} dz. \quad (9)$$

式(8) から、 $\text{Real}(\gamma) > 0$ のとき過剰反射、 $\gamma = 1$ のとき発生することがわかる。図2に、反射係数の $(\sigma/f, lH)$ 依存性を示す。図から、発生する波の周期は一日程度で、波長は混合層厚さに比べて長いことがわかる。

3. 平均場の構造

波の作用方程式は、式 (2) ~ (4) に、それぞれ $\partial \xi / \partial \theta$, $\partial \eta / \partial \theta$, $\partial \zeta / \partial \theta$ を掛けて、和をとり、平均操作 ($\langle \dots \rangle$) をほどこすと、次のように得られる。

$$\frac{DA}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{B} = D, \quad (10)$$

ここで、

$$A = \rho_0 \left\langle \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \left(\frac{D\xi}{Dt} - \frac{1}{2} \cdot f\eta \right) + \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \left(\frac{D\eta}{Dt} + \frac{1}{2} \cdot f\xi \right) \right\rangle, \quad (11)$$

$$\mathbf{B} = \langle p_1 \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \rangle, \quad (12)$$

$$D = \langle \zeta \left(\frac{\partial \xi}{\partial \theta} \cdot \frac{d^2 F}{dz^2} + \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \cdot \frac{d^2 G}{dz^2} \right) \rangle. \quad (13)$$

第2節での平面波解を用いると、

$$B_3 = \frac{2m |\hat{p}_1|^2}{\rho_0 N^2} \text{Real}(\Upsilon), \quad (14)$$

となる。上式と式(8) から、混合層内で、 $\sigma B_3 < 0$ のとき過剰反射がおこることがわかる。上式は反射係数の式(8)と波の作用流束を結びつけた式である。海洋表面で $B_3 = 0$ であるので、混合層内で $D \neq 0$ でなければならない。波の発生の場合の u_0 , B_3 , D の混合層内での分布を図3に示す。また下層では、 $B_3 = ((2\rho_0 N^2)/m)(|R|^2 - |I|^2)$ である。

過剰反射がおこる為に必要な強制項は、波の作用に関しては、式(10)で関係づけられていた。次に強制項と平均流の関係は以下になる。

$$-\rho_0 f \bar{u}_2 = -LD - f \langle \frac{1}{2} \zeta^2 \rangle d^2 u_0 / dz^2, \quad (15)$$

右辺第一項はラニエーションストレスの発生散項を变形したものである。

次に全エネルギー方程式は、

$$d \left(\langle p_1 D \zeta / Dt \rangle + (ku_0 + lv_0) B_3 \right) / dz = \sigma D, \quad (16)$$

と、求まる。全エネルギー流束 (---) は、 σB_3 と変形でき、全エネルギー流束が鉛直下向きになるときに、過剰反射がおこる。

4. 不安定解析

発生する波の安定性を調べた。解析の結果、増幅率は数十日から百日の程度と求まり、非常に小さい。

5. 結 語

波の作用流束が鉛直下向きになるときに過剰反射がおこる。発生する波は、不安定であるが、中立波に近い。(参考文献)

Andrews, D.G. & McIntyre, M.E. (1978a,b), J. Fluid Mech., 89, 609-646, 647-664.

Kamachi, M. & Grimshaw, R.H.J. (1984), J. Fluid Mech., 141, 179-196

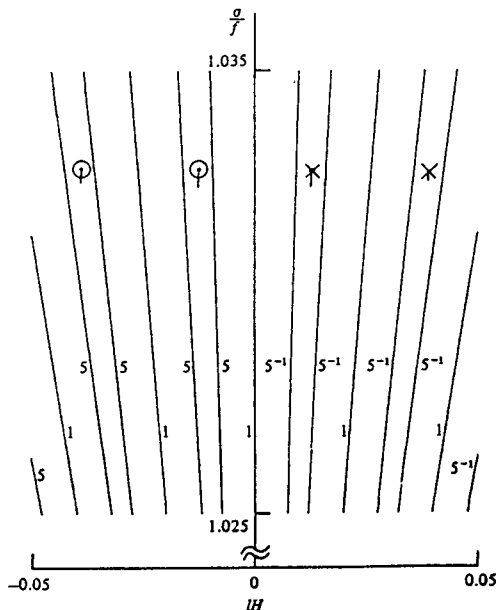


図2 反射係数の値の分布

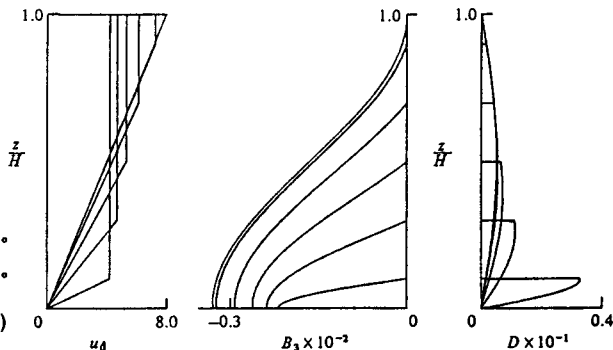


図3 主流、波の作用流束、および強制項の混合層内の分布