

湖流解析への有限要素法（二次補間関数）の適用

鳥取大学大学院 学生員 ○ 六條 洋司
鳥取大学工学部 正 員 道上 正規
鳥取大学工学部 正 員 鈴木 幸一
鳥取大学工学部 正 員 檜谷 治

1. はじめに

湖流を有限要素法を用いて解析する場合、湖を有限要素に分割するが、一般に三節点三角形要素（線形補間）を用いる場合が多い。この要素を用いてより正確な解を得ようとするとき数多くの細かい要素分割が必要となってくる。それゆえ、高次の補間関数を用いて精度を向上させようとする試みがなされている。そこで、本研究では、有限要素法における補間関数に二次関数を適用し、線形関数を適用した場合との比較検討を行なうとともに、従来あまり求められていない底質の巻き上がりなどを解明する上で重要な鉛直方向流速を求めた。

2. 基礎方程式

対象とする湖は図-1に示すような南北4km、東西1.6km、最大水深2mの浅い矩形のモデル湖とし、解析に用いる基礎方程式および境界条件は湖が非常に浅いと仮定したLiggettらのEkman-typeのものとした。

$$-fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1)$$

$$\text{運動方程式;} \quad fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (2)$$

$$g = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3)$$

$$\text{連続式;} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\text{境界条件;} \quad \text{湖底面: } z = -H \text{ で } u = v = w = 0 \quad (5)$$

$$\text{水面: } z = 0 \text{ で } \eta \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_x, \eta \frac{\partial v}{\partial z} = \tau_y \quad (6)$$

ここに、 u 、 v および w はそれぞれ x 、 y および z 方向の流速で、 x は東を正、 y は北を正、 z は上方を正とし、静水面で $z = 0$ とする。 p は圧力、 η は鉛直混合係数、 g は重力加速度、 f はコリオリ係数である。また、 H は水深、 ζ は水位変化、 τ_x および τ_y は風による湖水表面のせん断応力を湖水の密度 ρ で割ったものである。

3. 解析方法

解析方法は、(1)～(4)式を変形し、流れ関数 ψ を導入して得られるだ円型の微分方程式

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + A(x, y) \frac{\partial \psi}{\partial x} + B(x, y) \frac{\partial \psi}{\partial y} + C(x, y) = 0$$

を有限要素法によって数値シミュレーションを行ない、 ψ を求めるものである。その際、二次補間と線形補間をそれぞれ用いた場合の比較検討を行なうために、両者とも図-2に示すように、湖を160個の要素に分割した解析メッシュで行なった。なお、二次補間では六節点三角形要素（全節点数：357）、線形補間では三節点三角形要素（全節点数：89）を用いている。

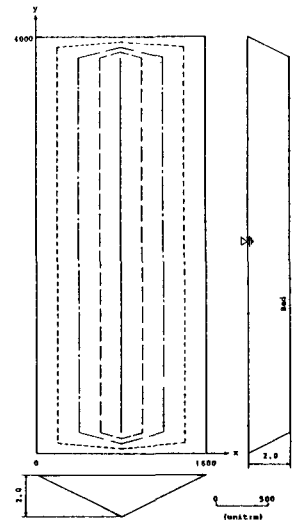


図-1 断面形状及び深度分布

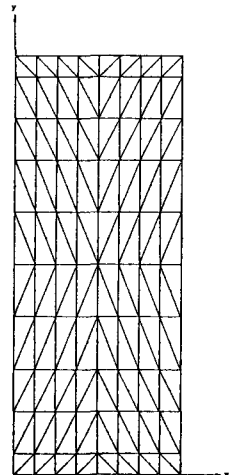


図-2 解析メッシュ

4. 解析結果

図-3および図-4はそれぞれ二次補間および線形補間を用いた場合の南風5m/sのときの鉛直方向の断面平均流速の分布図である。矢印の長さは流速を表わし、その向きは流向を示している。流れは両者ともほぼ一致しており、水平循環流を表わしている。しかし、南北两岸付近の流向が変化する場所でわずかに違いが見られ、二次補間を用いた場合の方がより現実的な流れを示している。したがって、線形補間を用いた場合は、流向が変化する場所で細かく要素分割する必要がある。また、要素数が同じで両者にこのような差が生じることから、二次補間を用いれば大幅に要素数を減らすことができるように思われる。

つぎに、図-5および図-6はそれぞれ南風5m/sおよび西風5m/sの場合の水深下0.5mにおける鉛直方向流速の分布図である。なお、二次補間および線形補間を用いた場合にほとんど差がなかったため、二次補間を用いた場合の計算結果を図示している。図に向かって上向きが上昇流、下向きが下降流を表わしている。まず、流速のオーダーとしては、南風の場合0.03cm/s、西風の場合0.01cm/s程度であり、水平方向流速の約0.2%である。また、鉛直方向流速は吹送方向に水深が変化するとところのみ生じている。さらに、吹送方向に水深が深くなるとところでは上昇流、浅くなるとところでは下降流が生じるという鉛直循環流が現われている。南風と西風の場合を比較すると、水深変化の割合に比例して鉛直方向流速は大きくなることがわかる。

5. おわりに

本研究は潮流を有限要素法で解析する際に、二次補間および線形補間を用いた場合の比較をし、同時に鉛直方向流速を求めたものである。補間関数に関しては、二次補間の方がより正確な解を得られることがわかったが、基礎式の定式化がより複雑になるという欠点が生じる。また、鉛直方向流速は吹送方向の水深変化に大きく影響される。今回は補間関数の違いによる両者の差が見られなかったが、島が存在する場合や流出入問題では、鉛直方向流速も精度の差が見られるように思われる。

(参考文献)

- 1) Liggett: Proc. ASCE, HY95, pp. 609-620, 1969.

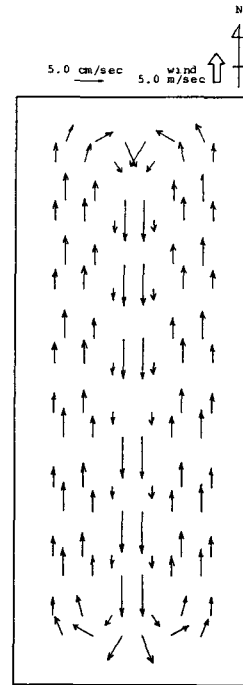


図-3 断面平均流速
(二次補間)

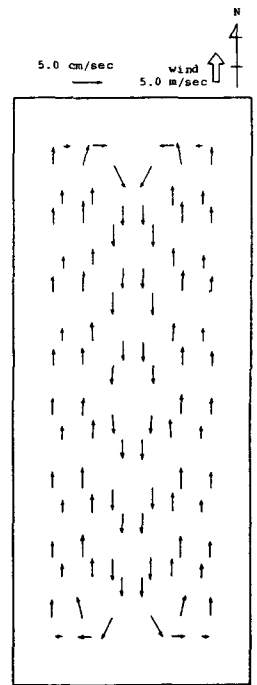


図-4 断面平均流速
(線形補間)

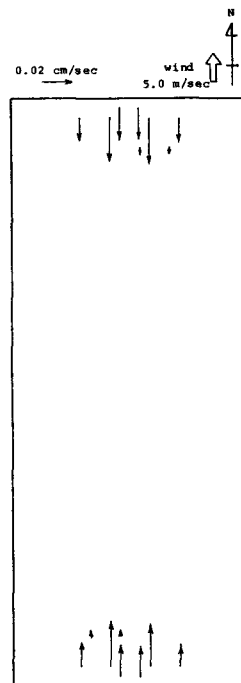


図-5 鉛直方向流速
(南風 5m/s)

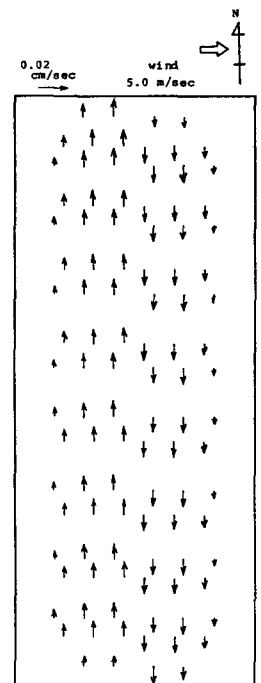


図-6 鉛直方向流速
(西風 5m/s)