

カラーディスプレイ装置による
流れの表示について

福山大学工学部 正 員 梅田 真三郎
福山大学大学院 学生員○森行 裕 章

1. まえがき

コンピュータの発展とともに各種の周辺機器が充実し、グラフィック・ディスプレイ装置の普及が目ざましい。流れの可視化分野でも得られた画像が多量の情報を含んでいるので、可視化技術と画像処理技術の接合にコンピュータを利用している。また数値解析法の向上につれて流れのグラフィック表示にも関心を集めている。

本報では、数値シミュレーションによる流れの可視化を目標に、円柱まわりの流れを例にとり、有限要素法による数値解析結果のグラフィック表示を試みたのでその一例を述べる。

2. 基礎式と重み付き残差法による定式化¹⁾

基礎式として、圧力 p と流速 u, v を未知変数とする次の運動方程式と連続式であらわされる Navier-Stokes 方程式を考える。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{F_R} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{R_E} \nabla^2 u \quad (1) \quad u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{F_R} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{R_E} \nabla^2 v \quad (2)$$
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3) \quad F_R : \text{Froude 数}, R_E : \text{Reynolds 数}, l_{x1}, l_{x2} : \text{特性長さ}$$

上式に重み付き残差法の一つである Galerkin 法を適用する。この方法は、未知物理量を要素内で内挿する形状関数と重み関数とを同一関数に選ぶ手法であり、8 節点アイソパラメトリックの形状関数を重み関数として基礎式に掛け合わせ、対象領域で積分することによりマトリックス方程式を得る。

この定式化の過程において、境界条件として Dirichlet 的固定境界と Neumann 的自然境界を考え、部分積分ならびに Gauss の発散定理を導入して面積分を線積分に変換する。

マトリックス要素の数値積分は、 $x - y$ 座標系における任意形状の要素を同じ多項式関数で表現される $\xi - \eta$ の一般曲線座標系の正方形領域に写像して行われる。すなわち座標の内挿補間関数 $S_\alpha(\xi, \eta)$ と物理量の内挿補間関数 $G_\alpha(x, y)$ を同一関数に選ぶアイソパラメトリック変換を行う。

数値積分は、積分区間内の積分点の関数値を計算し、これに重みを掛けたものの和として積分値を近似する Gauss の積分公式を用いる。

次にマトリックス方程式の係数行列は非対称であり、また非零要素成分が散在している。曲面要素においては節点間の連成が大きく、通常のパンド解法ではどのように番号付けをしてもパンド幅が大きくなるので、計算機容量や演算時間にかなり影響を与える。そこで今回は、Gauss 消去法に基づいたフロント法を用いた。

以上の定式化に従った計算手順の概略を示したのが図-1 である。

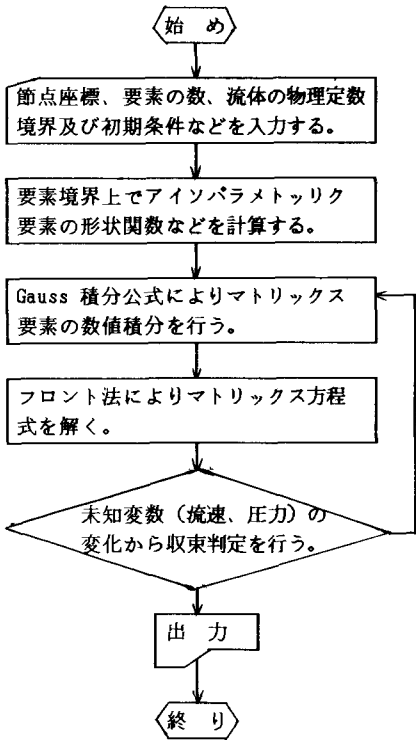


図-1 計算手順

3. 解析例

計算にあたって円柱まわりを図-2のような73要素に分割し、264節点を設けた。種々の円柱径 D に対して、流速 u , v 及び圧力 p を求めた。さらに流速から流れ関数 Ψ を求めた。

格子点 0での流れ関数 Ψ_0 は、基準点 R での値 Ψ_R と格子速度 u , v より次式で求めた。

$$\Psi_0 = \int_R^0 (u dy - v dx) + \Psi_R \quad (4)$$

実際の計算においては、 Ψ_0 の値は積分経路によって異なるので図-3のような2つの経路の Ψ_0 の値の平均値をとった。得られた流れ関数から直接流線を求めると滑らかな曲線で表わすことができないので、流れ関数値を零以上と零以下とに分けて、それぞれSpline関数などによる近似平滑化から流線を表わした。

次に流線間隔を利用して、円柱まわりの流速分布の違いや円柱背後の渦の状態をカラーにて表示することを試みた。

図-2 要素分割

5	10	15	24	29	34	39	44	53	58	63	68	73
4	9	14	23	28	33	38	43	52	57	62	67	72
3	8	13	22	27	32	37	42	51	56	61	66	71
2	7	12	19	26	31	36	41	50	55	60	65	70
1	6	11	16	21	25	30	35	40	45	50	55	60

Number element number

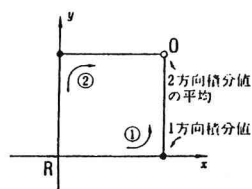


図-3 積分経路

4. 流れのグラフィック表示

使用したディスプレイ装置はグラフィカ社製作で、マンマシン・コミュニケーション機能を最大限に發揮できるよう内部にインテリジェント機能を内蔵している。画面に表示する画素情報をフレームメモリに記憶し、その内容を1行1行走査しながら表示するラスタースキャン方式で、描画命令を記憶するセグメントバッファをもつ。解像度は768×512で、線のギザギザを抑えるために輝度変調を行うスムーズベクタ機能が搭載されている。

画素の色の決定は、マルチスペクトルバンド画像の階調処理方法に用いられる擬似カラー方法を参考に、光の三原色である R , G , B のそれぞれの輝度レベルの色の組合せによって考えた。すなわち今回は、流線間隔の違いによる濃淡レベルをどのように R , G , B に振分けるかの表を作成して変換を行った。

計算によって得られた流速 u , v から、以上のカラーディスプレイ装置の特性を考慮して流速ベクトル図、流線図や等流速分布図などのカラーグラフィック表示を試みた。それらの結果の一例として図-4に等流速分布図を示す。原稿が白黒表示であるので発表時にその他の結果とともにカラー写真にて紹介する予定である。

5. あとがき

数値シミュレーションによる流れの可視化への手始めとして流況のカラーグラフィック表示から試みた。X-Yプロッタなどに比べ流況特性を視覚的観点から種々の工夫をこらすことができ、流況把握も容易となった。今後数値解析に乱流解析結果を加えたり、グラフィック表示上の曲線表示方法の改良などにより新たなグラフィック表示が可能となろう。



図-4 等流速分布図

<参考文献>

- 1) C.Taylor and T.G.Hughes: Finite Element Programming of the Navier-Stokes Equations, Pineridge Press, 1981.
- 2) 小林敏雄: コンピュータによる流れの解析、第1回流れの可視化講習会、1983.