

マスキンガム式のパラメーターについて

広島大学工学部 正 員 常松 芳昭
 広島大学大学院 学生員 大和 伸明

1. まえがき

洪水追跡計算法の中でも比較的簡単なマスキンガム・モデルの水理学的特性, あるいはパラメーターの構造については未解明の点が多い。本文は水理学的なパラメーターの推定式について述べ, これに基づいて洪水追跡計算を行なった結果について報告するのである。

2. マスキンガム式のパラメーターの構造

連続方程式とマスキンガム式の差分表示は以下のものである。

$$\text{連続方程式} \quad \frac{1}{2}[(I_1 + I_2) - (O_1 + O_2)] = \frac{S_2 - S_1}{\Delta t} \quad (1)$$

$$\text{貯留方程式} \quad S_2 - S_1 = K[X(I_2 - I_1) + (1 - X)(O_2 - O_1)] \quad (2)$$

ここに, I_1, O_1, S_1 は, それぞれ任意時刻における対象河道区間に対する流入流量, 流出流量, 貯留量を表わし, I_2, O_2, S_2 はそれぞれ Δt 時間後の諸量である。また, K, X は対象河道の特性等により決定されるパラメーターである。式(1)と式(2)より, 貯留量を消去すれば,

$$O_2 = C_0 I_2 + C_1 I_1 + C_2 O_1 \quad (3)$$

である。ここに $C_0 = \frac{KX - 0.5\Delta t}{K(1-X) + 0.5\Delta t}$, $C_1 = \frac{KX + 0.5\Delta t}{K(1-X) + 0.5\Delta t}$, $C_2 = \frac{K(1-X) - 0.5\Delta t}{K(1-X) + 0.5\Delta t}$

式(3)は, また, 水位・流量関係が一価であり, 波速を一定と仮定することにより,

$$(dA/dQ)_X = \text{const} \cdot \Delta x = \Delta x / c = K \quad (4)$$

の関係を用いて開水路非定常流の基礎方程式の差分近似からも誘導される。さらに式(3)は, 式(5)のような波の減衰を表える移流拡散方程式の Δx に関する2次のオーダーの近似式でもある。¹⁾

$$\frac{1}{c} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = \left\{ \left[\left(X - \frac{1}{2} \right) + \frac{\Delta t}{c \Delta x} \left(\frac{1}{2} - Y \right) \right] \cdot \Delta x \right\} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (5)$$

ここに, Q は流量, X, Y は差分に用いた重み係数, Δt , Δx はそれぞれ時間, 距離の格子点間隔を表わしている。移流拡散方程式は, 運動方程式の慣性項を無視した開水路非定常流の基礎方程式を定常状態からの微小変量に関して線形化することによっても導かれる。²⁾ マニングの抵抗則を用いるとこれは次式のようになる。

$$\frac{1}{c} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_0}{c b S_b \Delta x} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (6)$$

ここに, Q_0 は定常状態の流量, Q は Q_0 からの流量の微小変量, b は水面幅, S_b は河床勾配である。式(5)において, 差分スキームの安定性を確保するために $Y = 1/2$ を代入し, 式(6)の係数と比較すると, 以下のようにマスキンガム式のパラメーター X は河道の物理特性と結びつけて表わされることがわかる。

$$X = 1/2 - Q_0 / (2 b S_b c \Delta x) \quad (7)$$

以上より, パラメーター K は流量の伝播時間として解釈することからでき, X は定常流量, 水面幅, 河床勾配, 追跡区間長, 波速に関係するパラメーターであり, 水路特性と水理特性の両方に依存していることがわかる。

3. 洪水追跡計算例と考察

数値計算に用いた基本波とモデル水路の諸元は表-1に示すとおりである。まず, モデル水路における基本波を特性曲線法を用いて追跡し, 得られた結果を比較の基準とした。つぎに, 式(4), (7)より推定したパラメーター K

、Xを用いて式(3)により洪水追跡計算を行ない、その結果を先に求めた基準と比較検討した。洪水追跡計算の本来的目的が洪水ピーク流量とその到達時間の予測であることから、検討は特にこの2点に着目して行なった。適合性の指標として次のような誤差の百分率を用いた。

$$\left. \begin{aligned} E_Q &= 100 \times (Q_0 - Q_c) / Q_c (\%) \\ E_T &= 100 \times (T_0 - T_c) / T_c (\%) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここに、 E_Q 、 E_T はそれぞれピーク流量誤差、ピーク流量到達時間誤差、 Q_0 、 T_0 はそれぞれマスキンガム法によるピーク流量とピーク流量到達時間、 Q_c 、 T_c はそれぞれ特性曲線法によるピーク流量、ピーク流量到達時間である。追跡区間距離は32kmであるが、河床勾配が1/2000の場合にのみ追跡区間距離が8km、16km、24km、32kmの4ケースについて計算を行なった。また追跡時間間隔は精度を高めるために、パラメーターKの値より十分小さくとり $\Delta t = 15$ (分)を採用した⁴⁾。また、パラメーターK、Xに含まれる波速Cの値は、対象河道区間の上流端におけるQ~A曲線の勾配より求め、その値を採用した。図-1は、河床勾配が1/2000、区間距離が32kmの場合の追跡ハイドログラフである。これより、マスキンガム法より得られた波形は、特性曲線法のそれと比べて上昇部と下降部では若干のずれがみられるが、ピーク付近ではほとんど差異はないことが分る。実際、図-2、3から明らかなように、ピーク流量誤差、ピーク流量到達時間誤差は約10%以内であり、洪水波頂に限れば実用上十分な精度を期待できようである。したがって、水理学的に推定されたパラメーターを用いれば、マスキンガム・モデルは洪水追跡の有効な方法であるといえよう。また、図-1の波形のずれは、実際の洪水では波速は時間的に変動するのに対して、今の場合、追跡計算で波速は一定としていることによるものと考えられるので、波速を考慮すれば、モデルの精度は向上するようと思われる。

4. あとがき

以上、マスキンガム式のパラメーターを水理学的観点から考察したが、今後は、パラメーターを変数とする取扱ひ法に關しても検討を進めていきたい。

- 1)~3) Cunge, J.A.; "On the Subject of Flood Propagation Computation Method" Journal of Hydraulic Research, Vol 7, No.2, 1969, PP. 205 ~ 230.
- 4) Gill, M.A.; "Translatory Characteristics of the Muskingum Method of Flood Routing" J. Hydrol, Vol 40, 1979, PP. 17 ~ 29.

表-1 基本波とモデル水路

ピーク流量到達時間 T_p	4 時間
継続時間 T_f	12 時間
ピーク流入流量	600 m^3/s
初期流入流量	150 m^3/s
基本波形	増水期 $Q = 150 - \frac{2 \times 450}{T_p^3} \cdot (T - 3/2 T_p) \cdot T^2$
	減水期 $Q = 150 + \frac{450}{(T_f - T_p)^4} \cdot (T + T_p)^2 \cdot (T - T_f)^2$
水路条件	長方形断面一様水路
	水面幅 100 m
	粗度係数 0.03
	水路床勾配 0.002, 0.001, 0.0005, 0.0002, 0.0001, 0.00007

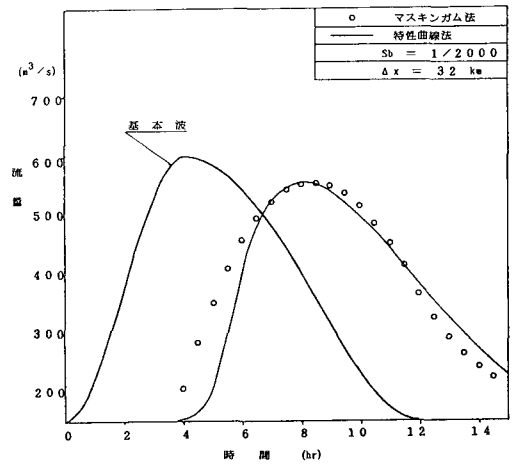


図-1 ハイドログラフ

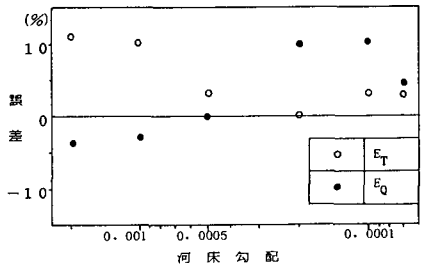


図-2 河床勾配と E_Q 、 E_T の関係

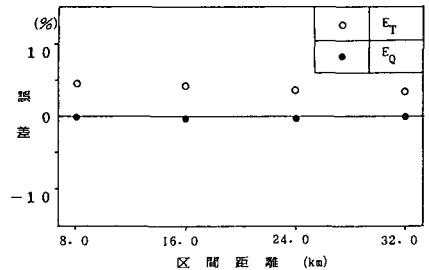


図-3 区間距離と E_Q 、 E_T の関係