

等価M-φ 関係を用いた平面骨組の弾塑性解析に関する基礎的研究

徳島大学大学院 ○ 学生員 三浦 邦武
 徳島大学工学部 正会員 児嶋 弘行
 徳島大学工業短期大学部 正会員 平尾 潔
 徳島大学工学部 正会員 成行 義文

1 まえがき 平面骨組の非線形挙動を、より正確に算定するためには、塑性域の拡がりを考慮した弾塑性解析を行なう必要がある。従来より、M-φ 関係の非線形性を解析に導入する手段として、解析の際に非弾性域が発生すると思われる部材を、予め適当な部材要素に分割し、分割要素内では M-φ 関係は線形であるとみなす方法（分割法）が、よく用いられている。この方法は、部材分割数（以下 n で示す）を増せば、それに伴ない解析結果の精度は向上する反面、分割要素を一つの部材と見なしているため計算機内に要する記憶容量、ならびに演算時間等が増大するという欠点を有している。そのような問題を解決するために、等価線形化^(1,2)の概念を用いて本来非線形な M-φ 関係を線形化し、部材を分割せずに塑性域の拡がりを考慮し得る一弾塑性解析法（非分割法）について研究した。ここでは、平面骨組を対象として非分割法および分割法による場合の各々の精度、演算時間等を比較することにより、本法の有用性について若干の検討を加えている。

2 M-φ 関係の等価線形化手法 図-1 の点線で示すように、任意断面における理論 M-φ 関係は曲線部を有している。本研究では、これを等価線形化の手法を用いて、式①（図-1 の実線）のような

$$\phi_x = \frac{1}{E I} (\alpha + \beta M_x) \quad \text{--- ①}$$

一本の直線で置き変えて解析に導入した。式中のパラメータ α, β は図-2a に示す部材力 (M_i, M_j) に対する部材変形 (τ_i, τ_j) が、理論 M-φ 関係式を用いた場合と、等価 M-φ 関係式を用いた場合とで等しいという条件より決定すればよい。本研究では、図-2a と同様なモーメント分布を有する、片持梁 図-2b のたわみ δ_j たわみ角 θ_j を着目し、式②のような関係より、

$$\tau_i = -\delta_j / l, \quad \tau_j = \theta_j + \delta_j / l \quad \text{--- ②}$$

理論式を用いた場合 (δ_{jt}, θ_{jt}) と等価線形式を用いた場合 (δ_{je}, θ_{je}) とで、各々式③が成り立つように α, β を決定した。

$$\delta_{jt} = \delta_{je}, \quad \theta_{jt} = \theta_{je} \quad \text{--- ③}$$

ここで、 δ_j, θ_j は補正エネルギー法より、

$$\delta_j = -\int_0^l \phi_x dx, \quad \theta_j = \int_0^l \phi_x dx \quad \text{--- ④}$$

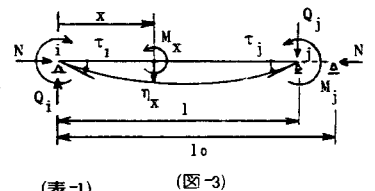
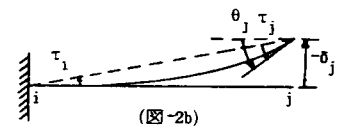
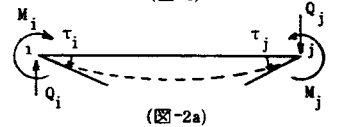
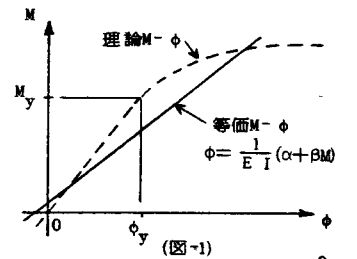
式④のように得られる。

3 変形法の基本式（部材力式） 図-3 に示すように、部材力を $S = \{N, M_i, M_j\}^T$ 、部材変形を $\alpha = \{u, \tau_i, \tau_j\}^T$ とするとこれらの関係は、曲げに関する微分方程式（式⑤）

$$\eta_{xx} = -\phi_x = -\frac{1}{E I} (\alpha + \beta M_x) \quad \text{--- ⑤}$$

を解くことにより、表-1 のように表わされる。また、塑性端部材の基本式は、微小荷重増分間では弾性モーメントは一定であるとし、近似的に塑性流動則を満足するようにした。

4 計算例 詳細については、講演会当日 O.H.P. を用いて説明することとし、ここでは、図4~6、表-2 にその一部を紹介しておく。図-4 は、H 形断面より成る門型ラーメンの柱頭に水平漸増荷重 P と一定荷



(表-1) (図-3)

$S^* = K^* \alpha^* + C^*$				
	K^*			C^*
両端剛節	$\frac{EA}{l_0}$	0	0	0
	0	$\frac{4EI}{\beta I}$	$\frac{-2EI}{\beta I}$	$-\frac{\alpha}{\beta}$
	0	$\frac{-2EI}{\beta I}$	$\frac{4EI}{\beta I}$	$-\frac{\alpha}{\beta}$

重 W が作用した場合の $\bar{P}$ - $\bar{\delta}$ 曲線を示している。二つの曲線群は、それぞれ上から $P_c=0.0, 0.2N_p, 0.3N_p$ (N_p は全塑性軸力) の場合であり、各々実線は、本解析法による結果、ならびに分割法において $n=4$ または5として解析した結果を、また、破線は $n=7$ の分割法による結果を示している。なお、断面の理論 M - ϕ 関係式としては、文献3)のChenの近似式を用いた。

図-4は、 H 型断面より成る3層ラーメンを対象としてその最上層に水平漸増荷重 P が作用した場合の $\bar{P}$ - $\bar{\delta}$ 曲線を示している。実線は、本解析法による結果、ならびに分割法において $n=3$ または4として解析した結果を、また破線は $n=7$ の分割法による結果を示している。図-6は、3層ラーメンの各層に水平漸増荷重 P が作用した場合の結果を、前図と同様に比較したものである。表-2は、漸増荷重を受ける H 型断面よりなる片持梁ならびに図-4～図-6に示した構造物を対象にして、分割法の n を7から5まで変えた時のそれぞれの演算時間を、本解析法の演算時間で正規化した値を表にまとめた。また、断面形が矩形の場合もほぼ同様な値を得た。

5 むすび 漸増荷重を対象とした場合、本解析法による結果は、分割法による厳密解 (7層ラーメンでは $n \geq 4$ 、3層ラーメンでは $n \geq 3$) と一致しており精度的に非常に良好であると思われる。演算時間の比は部材分割要素数 n に大きく左右されており、両者が同精度の解析結果を得るためには、本法は片持梁においては、分割法の $1/3$ であり、7層ラーメンでは、 $1/13$ 、3層ラーメンでは $1/30$ となり、本法は、演算時間の面で大変有利な解析法であると思われる。また記憶容量の面でも、多層ラーメン等の部材数が、多い構造物ほど、本法が有利であると思われる。

参考文献

1) 成行・平尾・児嶋・浜崎：等価曲率を用いた平面骨組の弾塑性解析に関する基礎的研究その2、土木学会第37回年次学術講演概要集 I-150, 1982.10

2) 三浦・成行・平尾・児嶋：等価曲げ剛性を用いた平面骨組の弾塑性解析に関する研究、土木学会中西支部第35回年次学術講演会概要集 I-26, 1983.5

3) 小西一郎：鋼橋基礎編 I 丸善出版

P 595～599

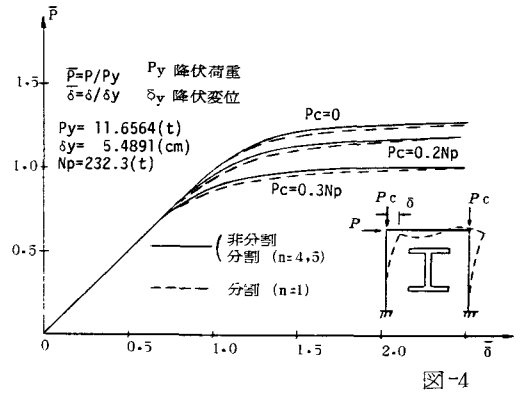


図-4

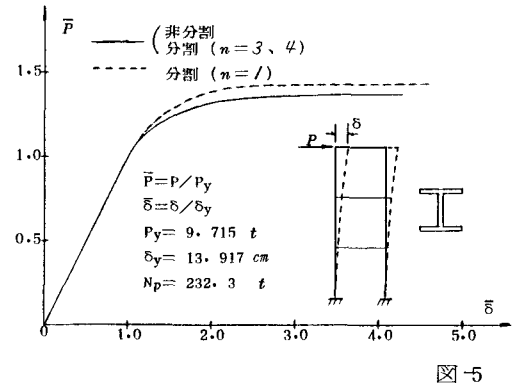


図-5

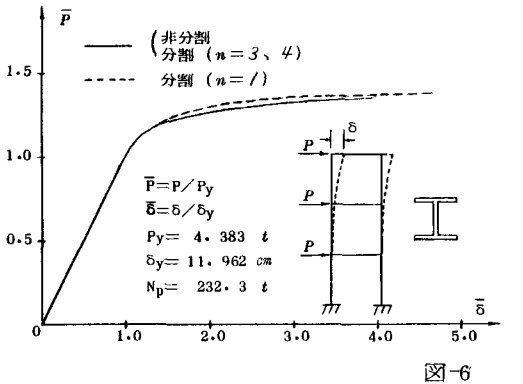


図-6

表-2

n	1	2	3	4	5
片持梁	1.6	2.2	2.7	3.4	3.1
ラーメン 図-4	4.8	7.6	9.8	13.9	21.2
ラーメン 図-5	7.1	16.5	30.3	47.7	
ラーメン 図-6	7.3	16.6	31.1	48.9	