

MDS手法の問題点とその適用性に関する一考察

愛媛大学 正員 溝端光雄
愛媛大学 学生員 松垣和弘
広島市役所 正員 長光一宏

1. はじめに

最近、交通計画の分野において計量心理学的手法の1つである多次元尺度構成法(MDS)を利用する傾向がある。例えば、地図等から得られる距離空間をMDSにより時空間として復元し、その結果を用いて交通現象を説明しようとする試み¹⁾や消費者行動モデルの作成に際して快適性等の心理的要因の計量化にMDSを適用する試み²⁾などである。こうした傾向はMDSが少数の空間次元で多くのヒトやモノ等の間に存在する潜在構造を表現できる特徴を有しているためと考えられる。ところで、このMDSを現実のデータ解析に適用する場合、2つの方法論上の問題点がある。1つは入力データの尺度水準の緩和に伴うMDSの信頼性の問題であり、いま1つは入力データに含まれる誤差に伴うMDSの信頼性の問題である。

本研究は、交通計画の計画情報の導出に対して有効な方法論であるMDSの適用性について考察するものであり、具体的には多くのMDS手法のうち、MDS CALとSUMSCALを採り上げ、両手法の信頼性の問題について分析するものである。

2. 採用したMDSの概要と分析手順

2-1 評定尺度問題と誤差問題に対するMDS CALの信頼性

MDS CALとは、順序尺度レベルでのモノ間の非類似性データ等を入力データとして、A次のミンコフスキー空間内にモノの空間布置を復元する非計量的手法である。その布置の復元は入力データの大きさの順序と復元された布置から求められるモノ間距離の大きさの順序とが一致するように行われ、具体的計算法は勾配法による逐次近似計算が用いられている。また、入力データと復元布置より求められるモノ間距離との適合度はストレス(η)で測定される。なお、この η 値が小さいほど適合度が良いことを示している。図-1は評定尺度問題と誤差問題に対するMDS CALの信頼性についての分析フローを示したものである。図中の実線のフローが評定尺度レベルのデータ(尺度水準の緩和された広義の順序尺度)を入力データとした場合であり、点線のフローが誤差を含む入力データの場合である。図中のストレスは、評定尺度レベルや誤差を含んだ入力データと復元布置とのあてはまり度合を示すことになり、真のモノの空間布置の再現性を示すものではない。そこで、ここでの分析では、あらかじめ真の布置を構成したうえで、その布置を用いて評定尺度レベルや誤差を含んだ入力データを作成するとともにMDS CALを実行し、真の布置がどの程度再現されるかを検討する。そして、この再現性すなわちMDS CALの信頼性の指標としては、真の布置より計算されるモノ間距離と復元布置より求められるモノ間距離との単純相関係数の乗乗(R^2)を採用する。表-1はMDS CALの2つの問題点に対する設定条件と計算ケースの総数を示したものである。

2-2 誤差問題に対するSUMSCALの信頼性 SUMSCALとは、N人のヒトごとに得られる間隔尺度レベルでのモノ間の非類似性データ等を入力データとして、共通空

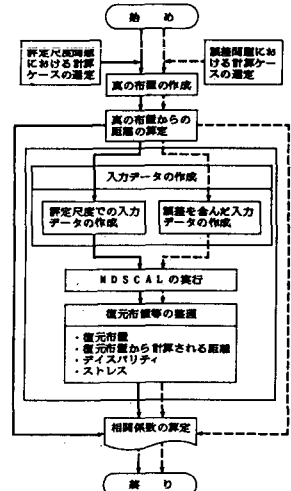


図-1 評定尺度問題と誤差問題に対するMDS CALの信頼性についての分析フロー

表-1 MDS CALの設定条件と計算ケース

設定条件	評定尺度問題	誤差問題
真の空間	ユークリッド空間	ユークリッド空間
真の空間の次元数	2次元	2次元
モノの数	6, 8, 10, 15	6, 8, 10, 15
評定尺度の段階数	3, 5, 7, 9 ※	注1)
例	ペア数	N=6のとき1, 2, 3 N=8のとき1, 3, 6 N=10のとき1, 3, 6, 9 N=15のとき1, 3, 10, 14, 20
注	ペアの測定 増分値(注2)	ランダム 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 1.7, 2.0
値元空間	ユークリッド空間	N=6, 10のときユークリッド空間(F=2) N=15のときミンコフスキー空間(F=1.5, 2.5)
値元空間の次元数	1, 2, 3次元	1, 2, 3次元
計算ケースの総数	60	630
備考	4×5×3=60	3×7×1×3=63 3×7×1×3=63 4×7×1×3=84 3×7×4×3=420 計 630

注1) ※: 順序尺度の場合

注2) (誤差を含んだモノ間距離) = (真のモノ間距離) × (増分値)

間とするA次元ユークリッド空間内でのモノの空間配置と各ヒトがその空間次元に与えるウェイトを算定する計量的手法である。その算定は入力データに対してモノの空間配置とウェイトから求められるモノ間距離が一致するように行われ、具体的計算では入力データ行列のスペクトル分解と対称行列の対角化手法とが用いられている。また、モノの配置とウェイトから求められるモノ間距離（重み付ユークリッド距離）の入力データに対する適合度は、個人ごとの適合指標とその平均値とで測定され、これらの指標値が小さいほど適合度が良いことを示している。図-2は誤差問題に対するSUMSCALの信頼性についての分析フローである。図中の適合度は誤差を含んだ入力データとSUMSCALの適用結果とのあてはまり度合を示すことになり、真のモノの空間配置や真の各個人のウェイトの再現性を示すものではない。そこで、ここでの分析でも、あらかじめ共通空間内での真のモノの配置と真の個人ごとのウェイトとを構成したうえで、それらを用いて誤差を含んだ個人ごとの入力データを作成するとともにSUMSCALを実行し、真のモノの配置およびウェイトがどの程度再現されるかを検討する。なお、SUMSCALの信頼性（再現性）指標としては、共通空間内の配置と個人空間内の配置とに対して、MDSと同等な単純相関係数を用いている。表-2はSUMSCALの誤差問題に対する設定条件と計算ケースの総数を示したものである。

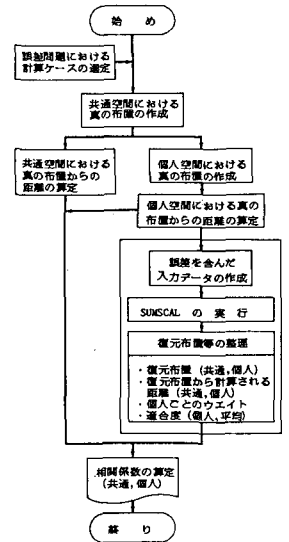


図-2 誤差問題に対するSUMSCALの信頼性についての分析フロー

表-2 SUMSCALの設定条件と計算ケース

設定条件	誤差問題
真の空間	ユークリッド空間
真の空間の次元数	2次元
モノの数	15
個人の数	4
誤差	ベア数 10, 20 ベア選定 ランダム 増分率 ^{注)} 10, 11, 12, 13, 15, 17, 20 個人数 1, 2, 3, 4
復元空間	ユークリッド空間
復元空間の次元数	1, 2, 3次元
計算ケースの総数	168
備考	2×7×4×3=168

注) (誤差を含んだモノ間距離) = (真のモノ間距離) × (増分率)

3. 分析結果

前述の分析手順による結果をまとめれば次のとおりである。なお、 E_n はn次元ユークリッド空間を、 pM_r はミンコフスキー定数がPで次元数がrのミンコフスキー空間を示している。 3-1 評価尺度問題とMDSと

1) 真の空間と復元空間が E_2 である場合 評価尺度の段階数の減少によって信頼性と適合度は悪化するが、モノの数が多ければ信頼性の悪化の程度は大々くない。 2) 真の空間が E_2 で復元空間が $E_1 \sim E_3$ である場合 評価尺度の段階数やモノの数にほぼ無関係に E_3 での適合度が最良で E_1 でのそれが最悪であり、適合度-次元曲線の勾配変異点で復元空間の次元数を決定するというルールを採用すれば、復元空間の次元数と真の空間のそれとは一致する。

3) モノの数が少ない場合 無意味な解が発生する。 3-2 誤差問題とMDSと 1) 真の空間と復元空間が E_2 である場合 誤差条件の厳格化によって信頼性と適合度は悪化するが、モノの数が少ない場合には信頼性の悪化の度合は大々くない。 2) 真の空間が E_2 、復元空間が pM_2 ($p=1, 2, 3, 25$)、モノの数が15の場合 誤差条件が厳しくなれば $p=2$ での適合度が最良であり、ストレス最小化基準で復元空間のPを決定するならば、復元空間のPは真の空間のそれと一致する。 3) 真の空間が E_2 、復元空間が pM_r ($p=1, 2, 3$) となる $E_1 \sim E_3$ である場合 E_3 での適合度が最も良く E_1 での適合度が最も悪い。そして3-1の2)で述べたルールで復元空間の次元数を決定するならば、誤差条件が厳しくない場合には復元空間の次元数と真の空間のそれとは一致する。

3-3 誤差問題とSUMSCAL 1) 真の空間と復元空間が E_2 である場合 誤差条件の厳格化によって信頼性（共通・個人）と平均適合度は悪化する。しかし、誤差条件が厳しくなれば信頼性の悪化の度合は大々くない。 2) 真の空間が E_2 、復元空間が $E_1 \sim E_3$ である場合 誤差条件の厳格化によって、平均適合度はいずれの次元数でも悪化するが、信頼性は2次元以外の次元数では著しく悪化したり、一定であったりする傾向がある。なお、以上の分析結果の詳細については譲渡時に発表する。

4. おわりに

今後は、今回の分析により得られたMDSの適用性に関する知見を活かして実際のデータ解析を行いたい。 (参考文献) 1) Tversky, P.C.; Time-Space and Area in the city of the plains, Timing Space and Spacing Time Vol.1: Making Sense of Time, Edward Arnold, London, pp.99~118, 1978. 2) Houriha, K.; Evaluation of Urban Neighborhoods I, Perception, Environ. Plan., Vol.11, No.12, pp.1337~1353, 1979. 3) 高根香雄; 多次元尺度法, 集大成出版, 1980