

掘削泥壁面周辺地盤の応力状態について

高知高専 ○ 吉田 泰 治  
 ○ 大 谷 亘  
 ○ 秋 山 幸二 郎

1. まえにき

安定法を使用して非粘性土地盤を掘削するとき、掘削壁の安定機構を解明するのに最も大きな問題は、地盤中の応力状態の把握であり、特に破壊域の推定であろう。今報告は地盤を剛塑性体と仮定し、モル・クーロンの破壊規準を採用することにより、溝掘削後の地盤内の塑性有界線について検討し、破壊線について概略検討を加えようとするものである。

2. 特性曲線の決定

想定地盤として図-1に示すように、ある深さでの微小厚水平面を考え、この部分の応力状態を考察することとする。なお  $\sigma_x, \sigma_y$  は微小で無視出来るものとし、主応力の増減と主応力方向が一致すると仮定する。以上の条件より、応力の釣合式は

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \gamma \quad (1)$$

となる。ここに  $\gamma$  は土の単位体積重量で、 $\sigma_z = \gamma z = \sigma_1 = -\sigma_3$  とする。

いま、 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  の状態を考えると、降伏ポテンシャル  $f = \sigma_1 - K\sigma_3$  となる。ここに  $K = \frac{(1+\sin\phi)}{(1-\sin\phi)}$ 、関連した流れ法則  $\dot{\epsilon}_i = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_i}$

より、 $-K\dot{\epsilon}_1 = \dot{\epsilon}_3$ 、 $\dot{\epsilon}_2 = 0$  (2) を得る。ここで変位速度の  $x, y, z$  成分を  $v_x, v_y, v_z$  とおくと、圧縮  $\lambda$  を正として、 $\dot{\epsilon}_x = \frac{\partial v_x}{\partial x}$ 、 $\dot{\epsilon}_y = \frac{\partial v_y}{\partial y}$ 、 $\dot{\epsilon}_{xy} = \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}$ 、 $v_z = 0$  (3) となり、 $\dot{\epsilon}_2$  は  $\dot{\epsilon}_x$  と  $\dot{\epsilon}_y$  による影響となり、 $\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 + \dot{\epsilon}_3 = \dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z$  より  $\dot{\epsilon}_z = -K(\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y)$  (4)

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_x \\ \dot{\epsilon}_y \end{aligned} \right\} = \frac{1}{2} [(\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_3) \pm (\dot{\epsilon}_2 - \dot{\epsilon}_3) \cos 2\alpha], \quad \dot{\epsilon}_{xy} = \frac{1}{2} (\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_3) \sin 2\alpha \quad (5)$$

ここに、 $\alpha$  は中間主応力 ( $\sigma_2$ ) 方向と  $x$  軸との交角である。

$$(2) \text{式より} \quad -K\dot{\epsilon}_1 = \dot{\epsilon}_3 + \dot{\epsilon}_2 = \dot{\epsilon}_3 - \dot{\epsilon}_2 \quad (6) \quad \text{となり前半の等式は(4)}$$

から満足されることは明らかである。後半の等式は速度ポテンシャル

$$V \text{ と導入して、} v_x = \frac{\partial V}{\partial y}, \quad v_y = \frac{\partial V}{\partial x} \quad (7) \quad \text{とし、(3)、(5)式より}$$

$$(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2})^2 + 4(\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y})^2 = 0 \quad (8) \quad \text{を得る。}$$

$$\frac{1}{2}(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}) \frac{dy}{dx} = -\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} \quad (9), \quad \frac{1}{2}(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}) \frac{dy}{dx} = \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} \quad (10) \quad \text{いま、ある曲線} L \text{ に}$$

沿う微係数か(9)式を満足するならば、もう1つの関数(10)式も成立しなければならぬ。即ち(9)、(10)式は(7)式より  $\frac{1}{2}(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}) \frac{dy}{dx} = -\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}$ 、 $\frac{1}{2}(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}) \frac{dy}{dx} = -\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}$  (11) となる。

この微係数の行列式は零となり、この曲線  $L$  は特性曲線となる。この特性曲線の方向式は(11)、(3)、(5)式より、 $\frac{dy}{dx} = (1 - \cos 2\alpha) / \sin 2\alpha = \tan \alpha$  (12) となり、特性曲線の方向は  $x$  軸と  $\alpha$  の交角を有するようになる。このことは特性曲線が中間主応力方向と一致することを示している。

$$\text{次に応力場で検討するため、} \sigma_m' = \frac{1}{2}(\sigma_m - \sigma_2) = \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_4) \quad \text{とおき、}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x \\ \sigma_y \end{aligned} \right\} = \sigma_m' \pm (\sigma_m' - \sigma_3) \cos 2\alpha$$

$\tau_{xy} = (\sigma_m' - \sigma_3) \sin 2\alpha$  (13) より、(11)式に代入すると放物型偏微分方程式を得られ、特性曲線は1つしか存在せず、ひずみ場での検討同様(12)式を得る。すなわち、ひずみ場、応力場、両者の検討より、特性曲線(すべり線)は唯一つで、中間主応力方向と一致することになる。

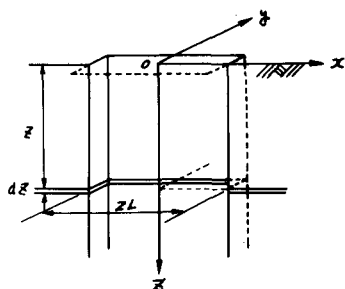


図1 想定地盤

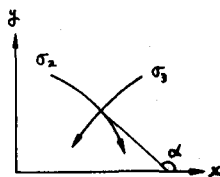


図2 主応力方向

### 3. 破壊線の決定.

こゝで、中間主応力方向として図-3の光弾性実験の結果から楕円形で近似出来るとする。また、特性曲線が唯一つしか存在しないことをから類推して、破壊境界も中間主応力方向と一致するものとして楕円形で近似出来ることとする。

こゝで、破壊境界を  $(x/c_0 \cosh \xi_0)^2 + (y/c_0 \sinh \xi_0)^2 = 1$  の楕円形として、弾性域 ( $\xi > \xi_0$ ) を単位円内部に写像すると、写像関数は

$$z = R(m\xi + \xi^{-1}) \quad \text{で示される。} \quad \text{こゝに } R = e^{2\xi_0}/2, m = e^{\pi/2}$$

$\xi = (\rho/\beta) e^{i\theta} \quad \beta \geq 1 \quad \text{で } \beta = 1 \text{ の時 破壊境界 } (\xi = \xi_0) \text{ を示し、}$

$$x = c_0 \cosh \xi_0 \cos \eta, \quad y = c_0 \sinh \xi_0 \sin \eta \quad \text{で示される。}$$

こゝで、弾性域内 ( $\xi > \xi_0$ ) での応力は  $\sigma_x + \sigma_y = \sigma_n + \sigma_s$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = -e^{-2i\eta} (\sigma_n - \sigma_s + 2i\tau_{sn}) \quad \text{で示される。}$$

こゝに、 $\alpha = \eta + \frac{\pi}{2}, \quad \theta = -\eta$  である。

次に弾性域内での境界条件として、無限遠点では、 $\sigma_x(\infty) = \sigma_y(\infty) = k_0 \sigma_1$   
 $\tau_{xy}(\infty) = 0$  , 　こゝに  $k_0$  は静止土圧係数である。

また、破壊境界 ( $\xi = \xi_0$ ) 周上では  $\sigma_s = 0, \quad \tau_{sn} = 0$  とし得る。  
更に  $\eta = 0$  (x軸上) で  $\sigma_n = \sigma_1$  と仮定して  $\xi_0$  を求めることにし得る。この境界条件は、破壊域内には弾性域からの応力の伝達はなく、破壊境界近傍の弾性域内の応力の最大値は  $\sigma_1$  を越えることはないという条件を示し得ることになり、この点については更に検討を要する問題である。

以上の条件から、複素応力関数は  $\varphi(z) = \frac{1}{2} k_0 \sigma_1 R (\xi^{-1} - m\xi)$

$$\psi(z) = -\frac{1}{2} k_0 \sigma_1 R (1 + m^2) / (1 - m\xi^2)$$

で示される。 　　すなわち  $\sigma_x + \sigma_y = 2[\varphi'(z) + \overline{\varphi'(z)}]$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2[\bar{z}\varphi'(z) + \psi'(z)] \quad \text{である。}$$

こゝで、静止土圧係数として  $k_0 = 1 - \sin \phi$  を採用し、 $\phi = 40^\circ$  (実験使用砂のせん断抵抗角  $\phi$  を採用) として、 $\xi = \xi_0$  上で、 $\eta = 0$  のとき  $\sigma_n = \sigma_1$  の境界条件を導入すると、 $\xi_0 \approx 0.9$  が求まる。

いま、長方形溝として、長さ  $2L$ 、巾  $2f_0L$  を考え、この長方形溝に内接する楕円孔で近似すると仮定すると、 $c_0 = L(1 - f_0^2)^{\frac{1}{2}}$  となる。したがって  $\xi_0 = \frac{1}{2} \ln [(1+f_0)/(1-f_0)]$  の楕円孔である。

実際の掘削溝の1/エレメントは  $f_0 \approx 0.1$  程度が多く採用されているので、これを採用してめると、

破壊境界線は図-5のようになる。なお図中には差引実験での実験破壊線も示した。ただし、管内実験は地盤中の長方形溝に掘削したものでなく、壁面の主軸に平行方向は固定壁としていた。なお、 $k_0 = 0.5$  とすると、この破壊境界線は円形で示されることになる。

(1) "掘削泥壁面への土圧に関する考察" (吉田、工谷): 第32回土壌学会中国支部 研究発表 PP.222~223, 5.55年。

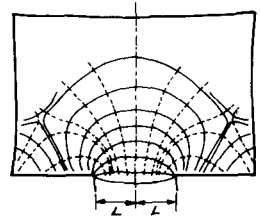


図3 主応力線図  
(直統体光弾性実験)

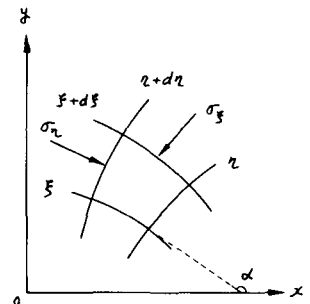


図4

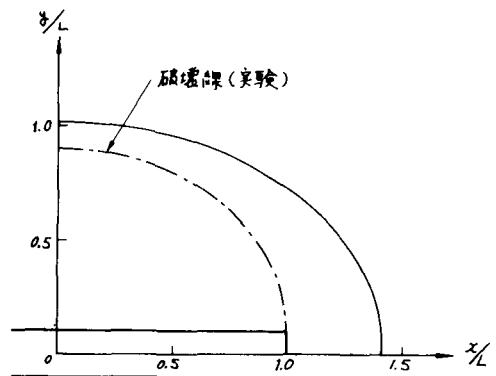


図5 破壊境界線