

## 圧密の弾塑性数値解析法の比較

徳島大学工学部 正 山上拓男  
高松高専 正 ○春本 繁  
徳島大学工学部 正 植田康宏

### 1. まえがき

圧密現象の数値解析法として、Biot理論に基づく有限要素解析法がいくつか提案されている。Biot理論に基づく解法は、圧密の基礎方程式である土粒子骨格のつりあい条件式と間隙水の連続条件式を連立させて同時に解くもので連成解法と呼ばれている。その数値解析の代表的なものとして Christian の解法、Sandhu の解法がある。これに対し、筆者らはつりあい条件式と連続条件式をそれぞれ独立に解析するという非連成解法を提案してきた。本報告は、これら3つの解法を用いて、より実際の土の挙動を反映するため粘土骨格に対し弾塑性構成則を導入した解析を行い、その結果を比較検討したものである。

### 2. 弾塑性応力-ひずみ関係

本研究では、土の非線形応力-ひずみ関係を考慮するため太田<sup>4)</sup>による弾塑性構成式を用いた。太田モデルは異方圧密された飽和土を対象として、土の体積変化が圧縮成分とダイレイタンシー成分にそれぞれ独立に分けられるとの仮定にもとづいている。割げき比 $e$ 、平均有効主応力 $\sigma'_m$ 、正八面体せん断応力 $\tau_{oct}$ として、 $(\sigma'_m, \tau_{oct}, e)$ 空間において、次式で示される状態曲面が導かれている：

$$e - e_0 + \lambda \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m0}} \pm (1 + e_0) \mu \left( \frac{\tau_{oct}}{\sigma'_m} - k_0 \right) = 0 \quad (1) \quad e - e_0 + k \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m0}} = 0 \quad (2)$$

(弾塑性状態) (弾性状態)

ここに、 $\lambda$  = 正規圧密曲線の傾き、 $k$  = 過圧密曲線の傾き、 $\mu$  = ダイレイタンシー特性を表す定数

$k_0$  = 初期応力比、 $e_0, \sigma'_{m0}$  = 積分定数、複号：+ = 主働状態、- = 受働状態

そして式(1)、(2)で表される曲面の交線を $(\sigma'_m, \tau_{oct})$ 面に投影した曲線が降伏条件となり、次式でその降伏関数が与えられる。

$$f = \pm \left( \frac{\tau_{oct}}{\sigma'_m} - k_0 \right) + \frac{\lambda - k}{(1 + e_0) \mu} \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m0}} = 0 \quad (3)$$

ここに、 $\sigma'_{m0}$  は目下の降伏応力

式(3)で定められる降伏関数、associated flow rule, normality rule, そして目下の応力状態に依存した非線形弾性応力-ひずみ関係を用いて弾塑性応力-ひずみ関係が最終的に次式のように得られる。

$$\{d\sigma'\} = [D^0] \{d\varepsilon\} \quad (4) \quad \text{ここに} \quad [D^0] = [D^e] - \frac{[D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \right\}^T [D^e]}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \right\}^T [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \right\} - \frac{\partial f}{\partial p} \left\{ \frac{\partial p}{\partial \varepsilon} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \right\}} \quad (5)$$

ここに、 $P$  = 硬化パラメータ（今の場合 $\sigma'_{m0}$ ）、 $[D^e]$  = 非線形弾性応力-ひずみマトリックス  
したがって、解析は目下の要素が弾性状態にあるか、弾塑性状態にあるかを判定して、それぞれの応力-ひずみ関係を用いて行えばよい。

### 3. 圧密解法

1) Christianの解法：Christianによる圧密解析は、つりあい条件式と連続条件式を連立させて解くとき、体積ひずみの時間的推移を近似的に与え、未知数である変位、間隙水圧を求めるものである。ここでは土の非線形性が考慮できるよう増分法を用い、さらに差分近似として後退差分を採用すると結果的に次式を解くことになる。

$$\begin{Bmatrix} L P_t \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K & L \\ L^T & -\alpha \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ P_{t+\Delta t} \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^4 \alpha_i P_{i,t+\Delta t} \quad (6)$$

$$\text{ここに, } \alpha = \frac{B}{E_0} \Delta t \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{\Delta t_i}, \quad \alpha_i = \frac{B}{E_0} \Delta t \frac{b_i}{\Delta t_i}, \quad K = \int_V [B]^T [D] [B] dV, \quad L = \int_V [B]^T \{q\} dV$$

$\Delta u$  = 変位増分,  $P_t, P_{t+\Delta t}$  = それぞれ時刻  $t, t+\Delta t$  の間隙水圧

式(6)に弾塑性応力-ひずみ関係を導入するには, マトリックス  $K$  に含まれる  $[D]$  マトリックスに式(5)で与えられる  $[D^{ep}]$  マトリックスを用いねばよい。

2) Sandhu の解法: これは Christian の考え方を変分原理の上からより一般的に定式化したもので, 原理的には Christian の方法と異なるものではない。本解析では Sandhu の解法に表われる convolution integral を差分近似でおきかえるとき, 中央差分を用いて行い, 非線形性を考慮する方法は Christian と同様な方法によった。

3) 非連成解法: この解法は圧密を構成する 2 本の柱-間隙水圧の消散過程と粘土骨格の変形性状をそれぞれ独立に解析するものである。すなわち, まず 
$$\frac{\partial}{\partial x} (k_v \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k_y \frac{\partial H}{\partial y}) = - \frac{\partial e_v}{\partial t} \quad (7) \quad (e_v \text{ は体積ひずみ})$$

を解くことにより各節点での間隙水圧を求め, その値より要素ごとに働く浸透力を決定する。そして, これより

評価した各節点に働く外力  $\{f\}$  をもとに  $[K]\{u\} = \{f\}$  - (8)

を解いて各節点の変位増分が求まる。本解法に弾塑性構成則を導入するとき, 応力-変形解析では式(8)のマトリックス  $[K]$  中に含まれる  $[D]$  マトリックスを式(5)の  $[D^{ep}]$  におきかえねばよい。また, 浸透解析では式(7)において右辺の体積ひずみの変化項が非線形な関係となる。すなわち, 太田によると弾塑性状態では

$$\frac{\partial e_v}{\partial t} = \frac{(1+e_0)H}{1+e_i} \left[ \frac{\lambda}{(1+e_0)\mu} \mp \frac{\sigma_{ct}}{\sigma_m} \left\{ \frac{1}{\sigma_m} \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} + \frac{1}{\sigma_m} \frac{\partial \sigma_{ct}}{\partial t} \right\} \right] \quad (9)$$

弾性状態では

$$\frac{\partial e_v}{\partial t} = \frac{k}{1+e_i} \frac{1}{\sigma_m} \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \quad (10) \quad e_i \text{ は初期間隙比}$$

として, 非定常浸透解析すればよい。詳細は当日にゆずる。

#### 4. 解析例

解析例としてここでは図 1 に示すような一次元問題に適用した結果を示す。排水面は上面のみの片面排水とした。用いた物性値は  $\nu = 1/3$ ,  $k = 1 \times 10^{-7} \text{ cm/sec}$ ,  $\lambda = 0.1030$ ,  $k = 0.0191$ ,  $\mu = 0.0588$ ,  $e_0 = 0.8963$ ,  $\sigma_{m0} = 10.0 \text{ t/m}^2$ ,  $\gamma = 1.632 \text{ t/m}^3$  である。初期応力状態は自重 + 5% とし,  $K_0 (= 0.5)$  状態にあるとした。

結果として, 図 2 に間隙水圧の消散状況を図 3 に地表面の沈下性状をそれぞれ示した。これらの詳細は講演当日発表したい。

[参考文献] 1) Christian, J.T. and J.W. Boehmer: ASCE. SM4, 1970. 2) Sandhu, R.S. and E.L. Wilson: ASCE. EM3, 1969. 3) 山上, 植田: 土木学会論文報告集, No. 302, 1980. 4) Ohta, H.: 京都大学学位論文, 1971.

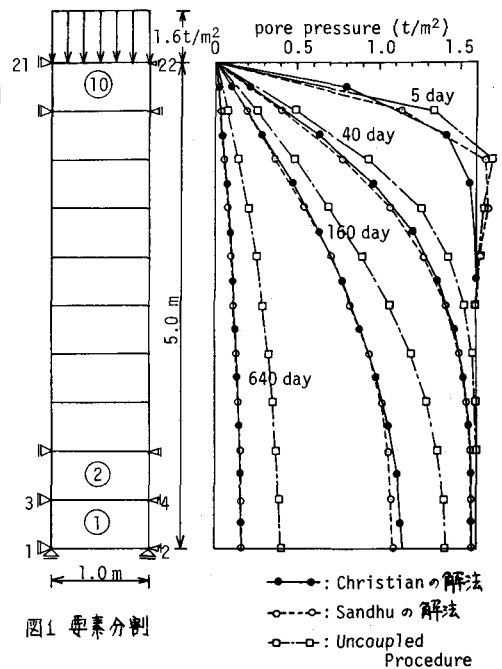


図1 要素分割

図2 等時曲線

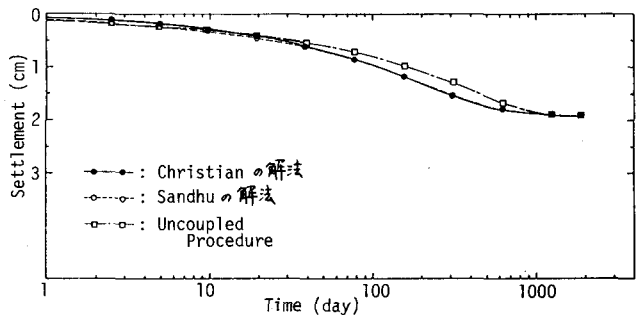


図3 時間-沈下曲線