

被圧地下水における淡塩水境界面変動の近似解法について

愛媛大学工学部 正 員 神沼忠男

愛媛大学工学部 正 員 〇丹内国光

(株)建設技術研究所 正 員 銅全裕司

1. まえがき 著者らは昨年度の本会において、海岸帯水層での被圧地下水の基礎方程式に若干の近似を用い、近似解法を示した。ところで近似解法においてもなお塩水層厚に関する方程式は非線型であり、その解は一般に数値解法によらなければならない。本報ではさらに近似を行い、無揚水での簡略的な解析解を示す。

2. 簡略解の誘導 図-1は被圧地下水の鉛直断面を示したものである。地下水位を η 、塩水層厚を z とすれば、一次元、無揚水の場合、前報で示した近似方程式は

$$S^* \frac{\partial \eta^{\text{eff}}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \eta^{\text{eff}}}{\partial x^2} \quad (1)$$

$$\alpha^* \frac{\partial G}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[G \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta^{\text{eff}} - \frac{1}{2}(1-G)^2 \right) \right] \quad (2)$$

である。ここで、 $S^* = S/kD$ 、 $\alpha^* = \alpha \rho_1 / (\rho_2 - \rho_1) kD$ 、 $\eta^{\text{eff}} = E + \frac{1}{2}G^2 - \frac{1}{2}$ 、

$G = z/D$ 、 $E = (\eta - \tilde{H})\rho_1 / (\rho_2 - \rho_1) D$ 、 $\tilde{H} = \rho_2 H / \rho_1$ 、 S ：貯留係数、

α ：有効間隙率、 k ：透水係数、 D ：帯水層厚、 H ：海面高、 ρ_1 、 ρ_2 ：淡水、塩水の密度である。

η^{eff} の時間変動の速さは係数 S^* の大きさに決まり、式(1)は単一流体での地下水位の方程式と同一であることから、 η^{eff} の時間変動の速さは揚水試験における水位変動のそれと同じである。一方、 G の時間変動の速さは係数 α^* の大きさに決まり、2つの係数の比は $S^*/\alpha^* = (\rho_2 - \rho_1)S/\rho_1 \alpha \approx S/40\alpha \ll 1$ となることより、 G の時間変動の速さは η^{eff} のそれらに比べて非常に遅い。

流入量が変動する場合について 上流部で地下水流入量がある値から他の値に突然変動する場合を考える。最初の時刻 $t=0$ の定常状態を初期状態、十分時間が経過した後には到達すると考えられる $t=\infty$ の定常状態を最終状態と呼ぶことにする。式(1)の初期状態および最終状態での定常解は

$$\eta^{\text{eff}}(x, 0) = S_R^*(0^-)x \quad (3)$$

$$\eta^{\text{eff}}(x, \infty) = S_R^*(0^+)x \quad (4)$$

である。ここで、 $S_R^* = S_R \rho_1 / (\rho_2 - \rho_1) kD^2$ であり、 $S_R(0^-)$ は初期状態での地下水流入量、 $S_R(0^+)$ は変動後のそれである。上述のように η^{eff} は通常の帯水層定数を通算する場合、 G に比べてきわめて速やかに初期状態での定常解 $\eta^{\text{eff}}(x, 0)$ から最終状態での定常解 $\eta^{\text{eff}}(x, \infty)$ に移行することとを考慮し、式(2)における $\eta^{\text{eff}}(x, t)$ を $\eta^{\text{eff}}(x, \infty)$ で置きかえる。すなわち式(2)は

$$\alpha^* \frac{\partial G}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[G \frac{\partial}{\partial x} \left(S_R^*(0^+)x - \frac{1}{2}(1-G)^2 \right) \right] \quad (5)$$

となる。式(5)の右辺の $\frac{1}{2}(1-G)^2$ は、初期状態および最終状態では直線形となる。遷移状態においても直線形 $\frac{1}{2}(1-G)^2 = C(x, t)x$ を保ったまま変動すると仮定する。 $C(x, t)$ は x の関数であるが、 x についての依存性は小さく、 $\partial C / \partial x$ および $\partial^2 C / \partial x^2$ は $C(x, t)$ に比べて十分小さいものとするれば式(5)より $C(x, t)$ が求まり、無次元塩水層厚 G の簡略解は次式で示される。

$$G(x, t) = 1 - \left[\frac{2 S_R(0^+) \rho_1 / (\rho_2 - \rho_1) kD^2}{1 + \frac{S_R(0^+) - S_R(0^-)}{S_R(0^-)} \exp\left(-\frac{S_R(0^+)}{D\alpha} \frac{t}{x}\right)} \cdot x \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

また式(6)は初期状態 $t=0$ で $G=1-[2S_R(0^+)x]^{\frac{1}{2}}$ 、最終状態 $t=\infty$ で $G=1-[2S_R(0^+)x]^{\frac{1}{2}}$ となり定常解と一致する。 $\partial G/\partial t$ を求めると大きさは式(6)における指数項中での t の係数 $S_R(0^+)/D$ の x によって決まり、

i) 変動後の流入量が大きいほど、 ii) x が小さい、すなわち海側に近い場所ほど

大きいことがわかる。

さて、流入量が減少して塩水が内陸部に向って浸入する過程とその逆の過程すなわち流入量が増大して塩水が後退する過程を考えると、両者とも移動速度 $\partial G/\partial t$ は変動後の流入量 $S_R(0^+)$ によって決定され、浸入状態における変動後の流入量は後退状態でのそれに比べて小さいから塩水が内陸部に向って浸入する過程は後退する過程に比べてゆっくり進行することがわかる。

水位が変動する場合について 上流部 $x=L$ において地下水位が突然変動する場合を考える。初期状態および最終状態での式(1)の定常解は

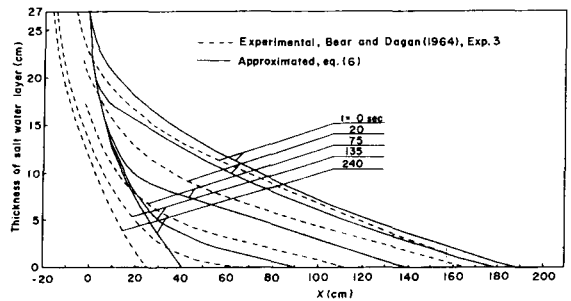
$$\eta_R^{\text{eff}}(x,0) = \eta_R^{\text{eff}}(0^+) \frac{x}{L} \quad (7) \quad \eta_R^{\text{eff}}(x,\infty) = \eta_R^{\text{eff}}(0^+) \frac{x}{L} \quad (8)$$

である。ここで、 $\eta_R^{\text{eff}} = (\eta_R - \tilde{H})\rho_1/(\rho_2 - \rho_1)D - \frac{1}{2}$ であり、 $\eta_R(0^-)$ および $\eta_R(0^+)$ は $x=L$ での初期状態および変動後の地下水位である。流入量変動の場合と同様な考察により塩水層厚は次式で示される。

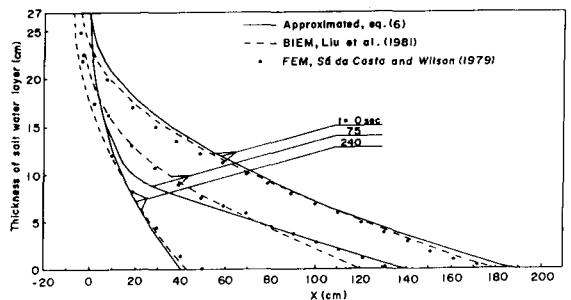
$$G(x,t) = 1 - \left[\frac{\frac{2}{L} \left[\frac{\rho_1 \{ \eta_R(0^+) - \tilde{H} \}}{(\rho_2 - \rho_1)D} - \frac{1}{2} \right]}{1 + \frac{\eta_R(0^+) - \eta_R(0^-)}{\eta_R(0^-) - \tilde{H} - \frac{(\rho_2 - \rho_1)D}{2\rho_1}} \exp \left[- \left(\eta_R(0^+) - \tilde{H} - \frac{(\rho_2 - \rho_1)D}{2\rho_1} \right) \frac{k}{L} \frac{t}{x} \right]} \right] \cdot x^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

また移動速度は揚水量変動の場合での i), ii) に加えて iii) 透水係数が大きいほど速いことがわかる。

3. 諸研究における実験結果および解析結果との比較 無揚水での地下水流入量および地下水位が変動する場合について簡略解を示したが、流入量変動に対して、Liuら(1981)は境界要素法を用い、Sá da Costa - Wilson(1979)は有限要素法を用いてそれぞれ非定常問題を数値解析しており、Bear-Dagan(1964)はHele-Shawモデルを用いて実験的研究を行っている。図-2(a)はBear-Daganの実験結果と簡略解による解析結果とを比較したものである。この図をみると、各時刻における塩水層厚は一致しないがその形状の変化はよく似た傾向を示している。図-2(b)は簡略解による解析結果とLiuらおよびSá da Costaらによる数値解析結果とを比較したものである。なお、 $x=0$ 付近においてLiuらおよびSá da Costaらの解析結果が簡略解より負の側にあるのはそこの境界条件の与え方が異なるため



(a)



(b)

図-2(a),(b) 塩水層厚の比較

である。この図をみると、両数値解析結果と簡略解はかなりよい一致を示している。したがって簡略解は取り扱いが簡単であることを考えれば、移動状況の概要を把握するには非常に実用的な手法である。