

FETM法の中間支持を有する構造物への適用について

愛媛大学工学部 正員 大賀 水田生
徳山高専 正員 重松 恒美
徳山高専 正員 原 隆

1. まえがき

著者らは通常の有限要素に用いられる剛性マトリックスより誘導される格間伝達マトリックスを用いる方法(FETM法)を板の座屈および曲げ問題に適用し、解の精度を著すことなく、有限要素法に必要なマトリックスサイズより非常に小さなマトリックスの演算により解析を行なえることを報告している。ところでFETM法は有限帯板法や伝達マトリックス法などに比較して構造物の形状とか境界条件にはそれほど制限されないが、単に格間伝達マトリックスの掛け合せのみでは中間線支持とか中間支柱などを有する構造物を取り扱うことはできない。そこで、本研究では本法を中間支持を有する構造物に適用するための手法を提案し、二、三の数値計算を行い、得られた結果を有限要素法による結果と比較することにより、本法の中間支持を有する構造物への適用の妥当性・有効性を検討する。

2. FETM法の概要

図-1(a)に示される板は m 個のstripに分割され、さらにそれぞれのstripは n 個の有限要素に分割される(図-1(b))。次に要素剛性マトリックスをそれぞれのstripに組み込んで得られるstrip剛性マトリックスを変換することにより、stripの左側節線上の節点変位と節点力を右側節線上のそれらと結びつける格間伝達マトリックス $[T]$ が次のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} \delta_r \\ F_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -Ker^{-1} Kee & Ker^{-1} \\ Krr - Krr^{-1} Ker^{-1} Kee & Krr^{-1} Ker^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_l \\ F_l \end{Bmatrix} \quad (1)$$

≥ 2 、 $\{\delta\}_l$, $\{\delta\}_r$, $\{F\}_l$, $\{F\}_r$ はそれぞれstripの左側および右側節線上の節点変位と節点力、 $[Kee]$, $[Ker]$, $[Krr]$, $[Kre]$ はstrip剛性マトリックス $[K]$ のサマトリックス。

3. 中間支持の処理

図-2に示すように中間節線 i の節点 Q と m で剛な支柱を有する場合を考える。今、構造物の左端は単純支持されており、さらに要素として3節点自由度(w , θ_x , θ_y)を有する矩形要素を用いるきのとすると、節点 i の左側の状態量ベクトル $\{Z\}_i^L$ は初期状態量ベクトル $\{Z\}_0$ と次のように関係づけられている。

$$\{Z\}_i^L = [U^i] \{Z\}_0 \quad (2)$$

≥ 2 、 $\{Z\}_i^L = \{w_i^L, \theta_x^L, \theta_y^L, Q_i^L, M_x^L, M_y^L\}^T$, $\{Z\}_0 = \{\theta_y, Q, M_x\}_0^T$, $[U^i] = [T_i \cdot T_{i-1} \cdots T_1]$

式(2)に節点 i , m での拘束条件 $w_{il} = w_{im} = 0$ を代入し、これらの拘束変位に対応するせん断力 Q_{0l} , Q_{0m} を初期状態量ベクトル

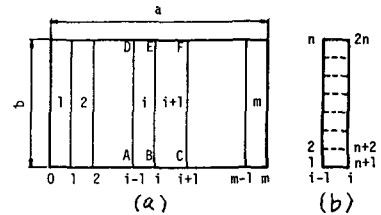


図-1 要素分割

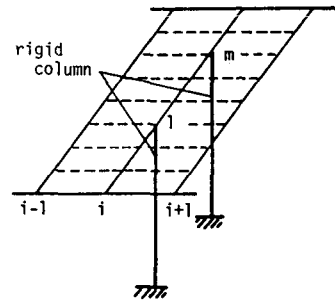


図-2 中間支柱

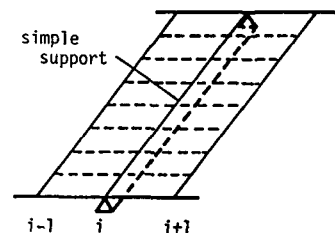


図-3 中間線支持

より消去し、代わりに節点 i 、 m での反力 V_{ie} , V_{im} を新しい未知量として導入すると節点 i の右側での状態量は次のように表わされる。

$$\{w^r, \theta_x^r, \theta_y^r, Q_x^r, M_x^r, M_y^r\}_i = [U]_i \{\theta_y, Q_y^r, M_x\}_0 \quad (3)$$

こゝに、 $\{Q^r\}_0 = \{Q_{01}, Q_{02}, \dots, V_{ie}, \dots, V_{im}, \dots, Q_{0n}\}^T$

さらに、図-3 に示すように節点 i で線支持されている場合も同様な操作により処理することが可能である。この場合、節線 i のすべての節点において、たわみ w 、たわみ角 θ_x が拘束されるので初期状態量ベクトルより、せん断力 Q およびモーメント M_x が消去され、支点反力およびモーメントが新しく導入される。

4. 数値計算および検討

上述した方法を用いて図-4 に示すような4本の中間支柱を有する四辺単純支持板が等分布荷重を受ける場合の解析を行った。なお、解析モデルは対称性を考慮して $1/4$ 板とし、要素分割は 6×6 とした。この場合、第3節線に中間支柱が存在するので伝達式は三段階となる。

1) 第3節線の左側までの伝達

$$\{Z\}_3^L = [T]_3 [T]_2 [T]_1 \{Z\}_0 = [U]_3 \{Z\}_0$$

2) せん断力 Q_{34} の消去と未知反力 V_{34} の導入

$$\{Z\}_3^r = [U]_3 \{Z\}_0$$

3) 第3節線の右側より右端までの伝達

$$\{Z\}_6 = [T]_6 [T]_5 [T]_4 [U]_3 \{Z\}_0$$

また、本例での左右の境界条件は単純支持および対称であり、これらは状態量ベクトルに対してそれぞれ次のように表わされる。

$$\text{単純支持; } \{Z\} = \{0, 0, \theta_y, Q, M_x, 0\}^T$$

$$\text{対称; } \{Z\} = \{w, \theta_x, 0, 0, 0, M_y\}^T$$

図-5 に中心線と中間支柱に沿った線上でのたわみ曲線を示している。本法と同一分割数および同一要素を用いた有限要素法による結果も同時に示しているが両者は全く一致している。なお、本例でのマトリックスの大きさはFETM法では 42×42 であり、有限要素法では 147×27 である。また、中間支柱を弾性支承と考えた場合の本法による結果も同時に示しているが、この場合の計算はバネに対する格点マトリックスを用いることにより行なわれる。

図-7 は図-6 に示す2スパン連続ばりが部分荷重を受ける場合のたわみ曲線を示している。要素数は 4×10 であり、中間線支持を有する第5節線で初期状態量の入れ換えを行っている。マトリックスの大きさは本法では 30×30 、有限要素法では 165×21 である。

参考文献 1) 見沢他; FE-TM による板の座屈解析, 第15回マトリックス解析法研究発表論文集, 1981, 7
2) 大賀他; FE-TM による板の曲げ解析, 土木学会中四国支部学術講演概要集, 1982, 5

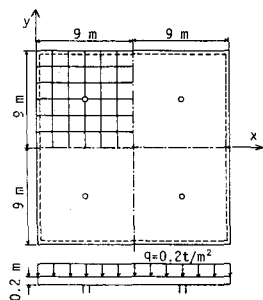


図-4 解析モデル

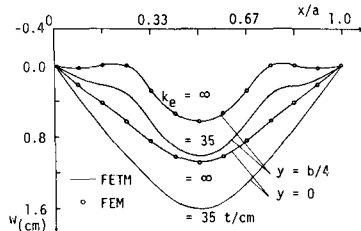


図-5 たわみ曲線

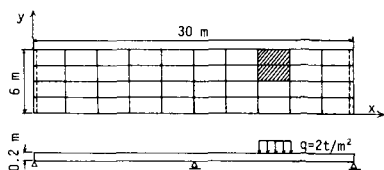


図-6 解析モデル

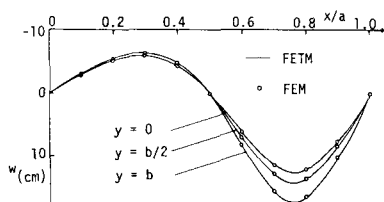


図-7 たわみ曲線