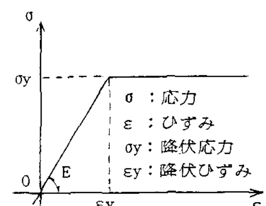
等価曲げ剛性を用いた平面骨組の弾塑性に関する基礎的研究

徳島大学工学部　正会員　児嶋　弘行
徳島大学工業短期大学部　正会員　平尾　潔
徳島大学工学部　正会員　成行　義文
徳島大学大学院　学生員○三浦　邦武

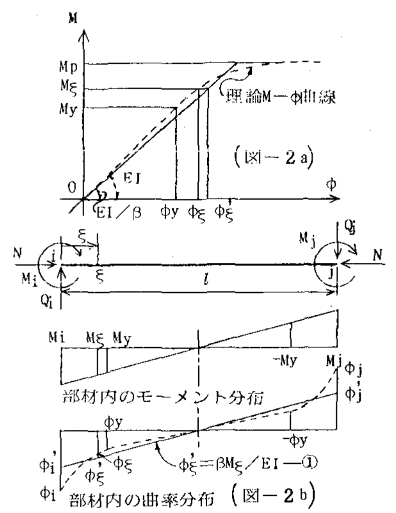
1．まえがき　塑性域の拡がりを考慮した平面骨組の弾塑性解析法としては、従来より、骨組部材を適当な部材要素に分割し、分割要素内のM-φ関係等は直線的に変化するものとみなして解析を行なう方法（以下、分割法と呼ぶ）が、よく用いられている。この方法は、部材の分割数を適当に増せば、比較的精度の良い解が得られるという長所がある反面、分割数の増加に伴い、解析の際に計算機内に要する記憶容量、ならびに演算時間等が増大するという欠点を有している。そこで、部材分割に帰因するこのような欠点を除去するために、著者らは、先に、山崎らの補正エネルギー法[1]を用いて、等価曲率という概念を導入し、部材を分割せずに同様な解析を行ない得る一弾塑性解析法について研究した[2),3)]。その結果、前述の欠点は著しく改善されたが、等価曲率（ϕ_i', ϕ_j'）を、一義的に決定できないというところに、若干の問題があるように思われる。そこで、本研究では同様に、補正エネルギー法を用いて、等価曲率の代わりに、新たに、つぎの3．で述べるような等価曲げ剛性という概念を導入することで、前述の問題点の解決、および、基本式の簡単化を試みたものである。ここでは、本法の精度等を従来の分割法と比較するために、2、3の解析結果を示している。



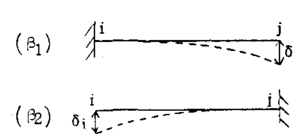
図－1

2．仮定　本研究で用いた主な仮定は以下のようである。
1)材料の応力－ひずみ関係は、図-1に示すような完全弾塑性型であるとする。2)部材中間の任意点ξにおける曲率ϕ_ξは、式①のように、その点の曲げモーメントM_ξの一次式で表わされるものとする。3)部材の任意点の曲率は、その点のたわみの2次微分で表わされる。4)骨組の幾何学的非線形性は、無視する。5)部材の中間に荷重は作用しないものとし、荷重の作用点には、必ず節点を設ける。

3．等価曲げ剛性　図-2aの点線は、任意断面ξ(図-2b)の理論M-φ曲線を表わしている。本研究では、これを等価曲げ剛性EI/βを用いて同図の実線のような原点を通る直線　$\phi_\xi = \frac{\beta}{EI} M_\xi$　—①
で表わしている。従って、部材内のモーメント分布に対する曲率の分布は同図bの実線のようにみなされる。ここで、部材の等価曲げ剛性を支配するパラメーターβは、理論M-φ関係を用いて求めた材端のたわみと、βを含んだ近似M-φ関係を用いて求めたそれとが等価になるように設定されるものである。本研究では、骨組を構成する各部材を片持梁とみなし、βとして図-3に示すような部材j端のたわみδ_jを等価にするようなβ_1、また同様に、i端のたわみδ_iを等価するようなβ_2、ならびに、β_3およびβ_4という4種類のβを考えている。



（図－2a）
（図－2b）



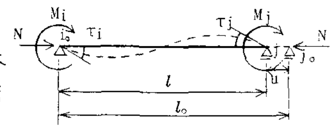
$$(\beta_3) = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$$

$$(\beta_4) = \frac{|M_i|\beta_1 + |M_j|\beta_2}{|M_i| + |M_j|}$$

図－3

4．変形法の基本式（部材力式）　仮定2．の2)，3)より、曲げに関する微分方程式は、任意点ξのたわみをη_ξとすると　$\ddot{\eta}_\xi = -\phi_\xi' = -\frac{\beta}{EI} M_\xi$　—②

と表わされる。これを、各材端における境界条件を考慮して解くことにより、図-4に示すような、部材力 $S^*=\{N, M_i, M_j\}^T$ と部材変形 $U^*=\{u, \tau_i, \tau_j\}^T$ との関係が表-1のように得られる。以下、部材座標系に対する変換行列B，座標変換行列Rを用いて、基準座標系に対する基本式が周知の方法で求まる。

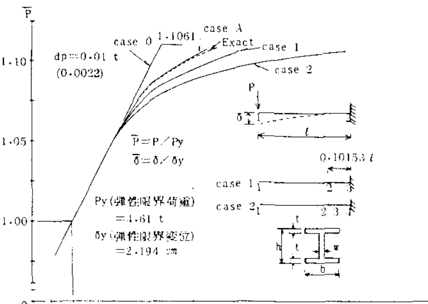


図－4

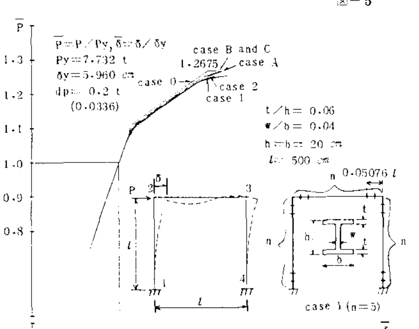
$S^* = k^* \cdot u^*$			
	剛性行列 k^*		
	$\frac{EA}{l_0}$	0	0
	0	$\frac{4EI}{\beta l}$	$\frac{2EI}{\beta l}$
	0	$\frac{2EI}{\beta l}$	$\frac{4EI}{\beta l}$

表－1

5．計算例　詳細については、講演会当日O.H.P.を用いて説明することとしここでは、図-5～7にその一部を紹介しておく。図-5は、H形断面を有する片持梁の先端に集中荷重Pが作用した場合の $\bar{P}-\bar{\delta}$ 関係を示したものである。図中の case 0 は、塑性域の拡がりを無視した完全弾塑性解析（以下の図でも同様）、case A は本法による解析、case 1、および2は分割法による解析であり、その分割方法は図中のようである。また、Exact は、その場合の理論解を示している。図-6は、図-5と同じH形断面を有する門形ラーメンの柱頭にPが作用した場合の $\bar{P}-\bar{\delta}$ 曲線を示している。ここで、case A は各々の部材において β_1（if $|M_j|>|M_i|$）、あるいは β_2（if $|M_i|>|M_j|$）を適宜用いた解析、case B は全部材 β_3 を用いた解析、case C は全部材 β_4 を用いた解析をそれぞれ表わしている。また、case 1 および2は分割数nを5および7とした場合の分割法による解析を示している。図-7は、矩形断面よりなる門形ラーメンに、図のような集中荷重Pと一定荷重 P_c が作用した場合の $\bar{P}-\bar{\delta}$ 曲線を示したものである。図中 case A～C は、前図と同様である。また、分割法による解析である case 1 および2は、図中のnが5および7の場合である。また矩形断面の場合軸力Nを考慮した理論 M-N-Φ 関係を用いており、Nの相違による影響を見るために $P_c=0$ および $P_c=0.2N_p$ の2通りについて解析している。

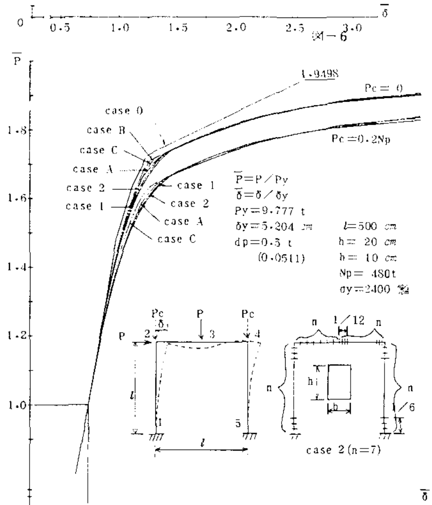


図－5



図－6

6．むすび　本法による結果と分割法による結果とを比較すると、演算時間ならびに計算機内に要する記憶容量は、本法の方がかなり有利であり、また精度的にも、本法は骨組を構成する各部材のβを適当に決定することにより、良好な結果が得られる。また、基本式の形が非常に簡単であるので、幾何学的非線形性をも考慮した複合非線形解析への拡張が容易であるものと思われる。



図－7

参考文献

1) 山崎・太田・石川：補正エネルギー法による直線材構造物の弾塑性解析，土木学会論文集、第134号、1966年10月

2) 平尾・児嶋・成行：等価曲率を用いた平面骨組の弾塑性解析に関する基礎的研究，土木学会第36回年次学術講演会講演概要集 I-44、1981年10月

3) 成行・平尾・児嶋・浜崎：等価曲率を用いた平面骨組の弾塑性解析に関する基礎的研究 その2，土木学会第37回年次学術講演会講演概要集 I-150，1982年10月