

## 巨大系系の解析における数値誤差

岡山大学工学部

正員 谷口健男

岡山大学大学院

学生員 松本 巧

内海建設コンサルタント

渡江裕司

1. まえがき 近年土木工学の分野で、有限要素法を用いた構造解析の利用が活発になつてきているが、この数値解析は最終的に連立一次方程式を解く問題に帰着される場合が多い。これを直接法で解くと得られた解は、丸め誤差や桁落ちによる数値誤差を含み、系が大きくなるにつれてそれらの影響は無視できなくなり、従つて数値誤差の発生をできるだけ小さくしたり、許容範囲内に収めるように解の改良を行うことや、得られた解の信頼性を把握する必要がある。ここでは主に、単精度を用いた消去変算における数値誤差の傾向と数値実験によつて調べ、各種要因の数値誤差に対する影響の度合いを探り、誤差発生を小さくする消去順序を考察する。

2. 数値誤差に影響を及ぼす要因と数値実験 数値実験を方針に当り、2. どの解法を用いるかにより解は変化ある。ここではガウスの消去法を基本とする帯行列法を解法として用いる。巨大系に対しては帯行列法と同じ演算プロセスも有したラウエーブ"フリエント法(これをブロックラウエーブ"フロント法と呼ぶ)を採りこれを用いる。数値誤差に影響を及ぼす要因としては文献(1)より系の固定点が重要であることが指摘されていることより、本実験ではこのモデルは主としてこの点に注意して作成されている。なお、固定点に隣接する点を境界節点と呼びこれにする。モデルにおいては、部材剛度を1.0とし、全節点に1.0を載荷した。メッシュパターンは正方形グリッドを用いる。

2-1. 数値実験方法 数値実験に使うモデル、消去順序はそれぞれ図-1, 図-2に示す。また、数値実験は次の手順で行う。

[ステップ1] 解くべき構造系モデルの要素に消去順序に従つて番号を付ける。

[ステップ2] 荷重条件、境界条件より全体剛性行列を作る。

[ステップ3] ブロックラウエーブ"フロント法により連立一次方程式を解く。

[ステップ4] 低精度計算により真値を求め、解の比較・検討を行う。  
ただし低精度計算とは入力データは単精度、計算と出力は倍精度で行うことである<sup>2)</sup>。また誤差評価は最大の相対誤差を示す点で行う。

## 2-2. 各種要因に対する数値実験

[実験Ⅰ] 最小帯幅での消去順序の影響；この影響を考へる為には図1のモデル④, ⑤を用いて、消去順序①, ②による結果を比較した。その結果を図3, 4に示す。明らかに、消去順序②より①の方が誤差が小さく、これは境界点の消去は最後に行ふべきことを示している。

[実験Ⅱ] 固定端の影響；この影響を考へる為には図1のモデル①, ②を用いて、消去順序③, ④による結果を比較した。結果は図5, 6に示される通りであり、モデル①においては消去順序による差はあまりみられないが、モデル②においてはその差が大きい。すなわち、①より②の方が固定端の影響が明らかに大きい。いまSも境界節点数を全節点数で割つたものとすると、モデル④においては誤差発生のおよび消去順序③でも3000元付近で誤差が急激に立ち上がる(ことより)。この時のS値は  $S = 4/3000 = 1/750$  である。一方、モデル①においては、1250元付近で誤差が大きくなる(ことより)。そのS値を求めれば  $S = 3/250 = 1/625$  となる。すなわち、両者共に、同じようなS値において誤差の急激な増大がみられる、このよりS値や誤差判定の1つ

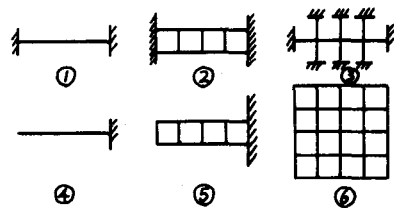


図-1 モデル

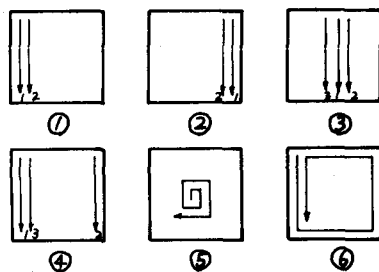


図-2 消去順序

の目安となることを考えらる。

〔実験Ⅲ〕  $S$  値の影響；この影響を考える為に図1のモデル④を用いて、消去順序⑤、⑥により実験を行った。なお、 $S < 0.1$  に対しては900元で、継程のグリッド数の組み合わせの変化、片持ち型境界条件で、 $S > 0.1$  では元数を変化させ、四角型固定型境界条件で実験を行った。結果は図1に示す通りであり、全体として  $S$  が大きくなるにつれて誤差は小さくなるが、 $S = 0.2$  付近において小さなピークが現れらる。

〔実験Ⅳ〕  $S$  値を同じにした場合の元数の影響；図1のモデル④を用いて消去順序⑤、⑥により実験を行った。結果は図8に示す通りであり、消去順序に関係せずとも同様の誤差が発生する。すなわち元数が増せば誤差は大きくなる。

〔実験Ⅴ〕  $S$  値と元数の関係；図1モデル①、②を用いて実験した。結果は図9の通りであり、モデル①では1200元付近、モデル②では2500元付近で誤差は急激に増大する。この両モデルの境界節点数はそれぞれ2, 4のみから、 $S = 1/600$  付近で、誤差は急激に大きくなる。  $S$  値の逆数は、1境界節点当りの自由節点数と考えることができる。1境界節点当り600自由節点付近で誤差が急激に大きくなることも考えらる。

3. 結果に対する考察、およびおとがき  $S$  も基準に1以下のおうな結論を得る。1).  $S < 1/500$  の場合；誤差は大きく解は信頼がきまりが、消去順序の改良により2倍程度の系で拡張できる。2).  $S$  が大きい場合；解は十分信頼できるものとあて考えらる。3). それ以外の場合；図8の結果より推測すればさうに大次元にまで十分の精度が確保される。以上のことより、 $S$  値は大次元の連立一次方程式における消去計算の精度推定の一つの尺度として有効であると考へらる。  $S$  値の物理的意味より、解の精度は、系の支持節点数に大きく支配されると推論される。

参考文献 1). 谷口, 竹内, 土木学会年報 (昭和57年) I-7, 2). J. R. Roy, Proc. ASCE, ST4, 1971, pp. 1039-1055

