マトリックス関数を用いたラーメンの立体振動について

徳山高専　正員　重松恒美，正員○原　隆
愛媛大学　正員　大賀水田生
徳山高専　正員　田村隆弘

1．まえがき

不規則外力を受ける構造物の動的応答解析は、(a)運動方程式を直接数値積分する方法，(b)応答スペクトルを用いる方法，(c)確率論的方法などにより解析されている。著者らは前報[1]で(a)の方法に分類されるマトリクス関数法を用いて、不規則荷重を受ける構造物の動的応答を理論的、実験的に求めた。本研究では、剛性の重心と質量の重心の一致しない立体ラーメンを解析モデルとし，並進運動と回転運動の連成された立体振動を解析した。理論解析においては前報にひき続き，マトリクス関数法を適用した。また，剛性と質量の重心の一致しない立体ラーメンモデルを作成し、振動実験を行なった。そして実験より得られた応答値と数値計算より得られた応答値との比較検討を行なった。

2．理論解析

本研究の理論解析では、前報[1]と同様にKrings，Waller[2]らの提案したマトリクス関数法を用い，運動方程式から応答値を直接的に求める。

地盤変位加速度 $\ddot{y}(t)$ を受ける線形減衰系の運動方程式は，

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbb{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbb{K}\mathbf{x} = -\mathbb{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) \qquad (1)$$

または

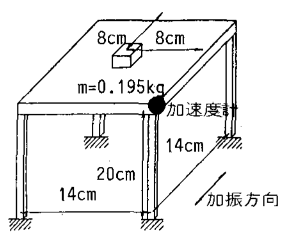
$$\ddot{\mathbf{x}} + 2\mathbb{B}\dot{\mathbf{x}} + (\mathbb{D}+\mathbb{B}^2)\mathbf{x} = -\ddot{\mathbf{y}}(t) \qquad (2)$$

ここで，$\mathbb{M}$，$\mathbb{C}$，$\mathbb{K}$はラーメンの質量，減衰，剛性マトリクスであり，$\ddot{\mathbf{x}}$，$\dot{\mathbf{x}}$，$\mathbf{x}$は加速度，速度，変位ベクトルである。

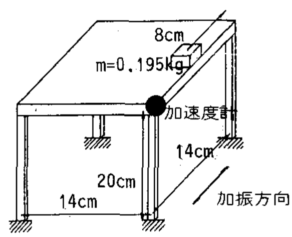
式(2)の一般解を求め，マトリクス表示すれば，

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{U}_{11} & \mathbb{U}_{12} \\ \mathbb{U}_{21} & \mathbb{U}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \dot{\mathbf{x}}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbb{W}_1 \\ \mathbb{W}_2 \end{bmatrix} \qquad (3)$$

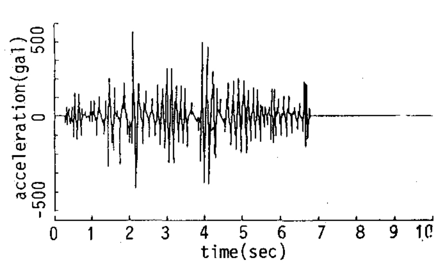
ここに $[\mathbf{x}_0, \dot{\mathbf{x}}_0]^T$ は初期状態量ベクトルである。$\mathbb{U}_{ij}$はマトリクス関数であり，スカラー式と同様に求められ，級数展開することにより容易に得られる。また，$[\mathbb{W}_1, \mathbb{W}_2]^T$ は式(2)の非斉次解であり，本研究においては $\ddot{y}(t)$ を微小時間間隔で一定として数値積分により求めた。



図−1　ラーメンモデルI



図−2　ラーメンモデルII



図−3　振動台加速度

3．振動実験

3−1．立体ラーメンモデル

図−1，図−2に本研究で用いた立体ラーメンモデルを示す。各ラーメンは下端がすべて固定された四本のアクリル角柱（長さ20cm，一辺0.5cm，比重1.12）の上にアクリル床板（一辺16cm，厚さ1cm，比重1.12）が載せられた一層形式で構成されている。図−1に示すモデルIでは付加質量(0.195kg)が床板の中央に載

荷されており、剛性と質量の重心が一致したラーメンである。また図－2に示すモデルIIでは付加質量が床板の右辺中央に載荷されているので剛性と質量の重心は一致しない。したがってモデルIIでは立体振動を生じることが予想される。

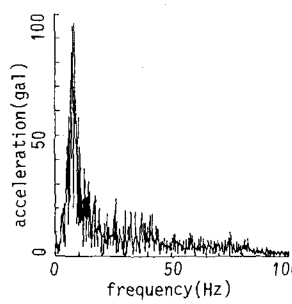
3－2．振動実験

数値計算に用いる諸定数を決定するために、ラーメンモデルの自由振動実験を行なった。自由振動実験より得られた加速度応答のスペクトルの一次及び二次のピークから固有振動数を求めた。また応答波形をもとに減衰係数を決定した。得られた結果を表－1に示す。モデルIIの一次の固有振動数は連成振動の結果，モデルIの一次の固有振動数とは異なる。

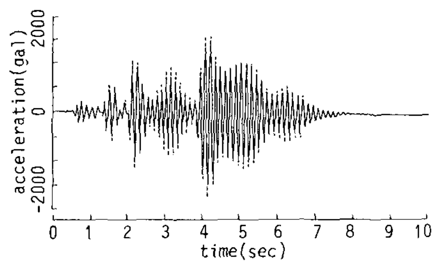
次に、これらの立体ラーメンに不規則外力を導入し，加速度応答を実験的に求める。加速度は振動台上及び立体ラーメンの右辺前方（図－1，図－2参照）にとりつけられた加速度計で検出された。図－3に振動台加速度波をまたそのフーリエスペクトルを図－4に示す。振動台加速度は最大加速度465gal，継続時間6.5sec，卓越周期0.16secである。図－5，図－6にそれぞれモデルI，モデルIIの加速度応答を破線で示す。最大応答値はモデルIでは1640gal，モデルIIでは1840galであり、立体振動のためモデルIIの応答値が大きくなっていることを示している。

4．数値計算結果との比較及び検討

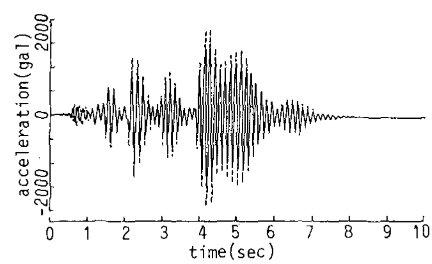
表－1に示す自由振動実験より得られた諸定数を用いて，モデルI及びモデルIIの加速度応答を数値計算により求める。式(1)に示す入力データ$\ddot{y}$は振動台加速度とする。数値計算で重要となる解の収束，安定を保証するための時間間隔はあらかじめ検討し，$\Delta t = 2/10000$ secとした。図－5，図－6にそれぞれモデルI，モデルIIの数値計算結果を実線で示す。最大加速度応答はモデルIでは1480gal，モデルIIでは1500galであった。数値計算結果と実験値を比較すると両モデルについて，加速度応答の小さい部分では，周期，応答ともほぼ一致している。しかし、加速度応答の大きい部分では若干の差異がみられる。これは、この部分での外力の立ち上がりが大きいことと、構造物の非線形性が起因していることによるものと思われる。



図－4　フーリエスペクトル



図－5　加速度応答　（モデルI）



図－6　加速度応答（モデルII）

表－1　モデル諸元

	モデル I	モデル II
1次 固有振動数	7.3Hz	7.1Hz
2次 固有振動数	---	12.5Hz
弾性係数	3.85GN/m^2	3.85GN/m^2
減衰係数	3.95	4.10

5．まとめ

本研究では不規則外力を受ける立体ラーメンの立体振動をマトリクス関数を用いて数値解析を行ない，また振動実験を行なった。解析の結果、両者の解は一部を除きほぼ一致した。本研究では立体ラーメンの弾性振動についてのみ解析を行なったが，実際のラーメンの立体振動を扱う場合は構造及び材料の非線形性を考慮することが必要である。著者らは現在、この点を考慮したマトリクス関数法による解析を検討中である。

《参考文献》1). 重松他；ランダム外力を受ける立体ラーメンの動的応答について。第34回土木学会中国四国支部講演
2). W. Krings, H. Waller; Numerische Berechnung von gedämpften Schwingungssystemen bei nicht periodischen Erregungen, Die Bautechnik 1985