

不確実性下における大規模水供給プロジェクトの拡張方式に関する基礎的研究

鳥取大学工学部 正会員 岡田 晃夫

鳥取大学工学部 学生員 清水 丞

1. 研究の目的と背景 —— 近年、水資源の逼迫と開発費用の急増に伴って水資源開発事業は複数の主体による共同プロジェクトとして広域化かつ大規模化しつつある。このように水資源開発事業が大規模化すればするほど途中で不測の事態が生じた場合に計画変更が容易にできなくなる。さらにプロジェクトを開始してから供与するまでに長い年月(リードタイム)を必要とするため、プロジェクト実施中に予期しえない事態の起こる可能性が大きくなる。このような場合、プロジェクトの立案及び実施に際しては予測値としての水需要量や開発可能量にかなりの変動があってもこれに対応できるプロジェクトの拡張方式を設計することが要請される。

このような問題認識に立って最近、Erlenkotter, Sethi, Okada(1981)は水需要が時間とともに増大するパターンからある時点で突然その伸びが止まってしまうパターンに移り変わる可能性を不確実な構造変化(図-1参照)と考え、このような不測の事態が起こりうることを前提とした上での大規模水資源プロジェクトの建設開始時期決定問題のための数学モデルを開発している。その際、Erlenkotterらは同時に大規模プロジェクトの計画・建設・供与に要する時間(リードタイム)を無視しては現実には有効な情報は得られないことに着目し、これをモデルの評価基準に組み込んでいる。

そこで、本研究では、Erlenkotterらの研究成果をふまえ、当該モデルに具体的なパラメータ・関数形を設定して定量的な分析を行なうとともに、当該モデルの多角的な運用と拡張の可能性について検討する。

2. モデルの定式化 —— 本モデルは、図-2に示すようにプロジェクト開始時期決定問題を評価基準に期待便益を考えることによって定式化されている。

評価基準(全期待便益 → 最大化)

$$TB(Z, L) = \int_0^{Z-L} \int_0^t B_0(s) e^{-rs} ds + B_0(t) e^{-rt} \int_0^L e^{-rs} ds \lambda e^{-\lambda t} dt \quad \left[\begin{array}{l} \text{プロジェクトがまだ開始されていない期間で} \\ \text{構造変化が起きた場合の期待便益} \end{array} \right]$$

$$+ \int_{Z-L}^Z \int_0^t B_0(s) e^{-rs} ds + B_0(t) e^{-rt} \int_0^L e^{-rs} ds \lambda e^{-\lambda t} dt \quad \left[\begin{array}{l} \text{プロジェクト実施期間内で} \\ \text{構造変化が起きた場合の期待便益} \end{array} \right]$$

$$+ \int_Z^\infty \int_0^t B_0(s) e^{-rs} ds + \int_Z^\infty B_1(s) e^{-rs} ds + B_1(t) e^{-rt} \int_0^L e^{-rs} ds \lambda e^{-\lambda t} dt \quad \left[\begin{array}{l} \text{プロジェクト供与後に} \\ \text{構造変化が起きた場合の期待便益} \end{array} \right]$$

$$- C e^{-rC} \int_{Z-L}^\infty \lambda e^{-\lambda t} dt \quad \text{—— (1)} \quad \left[\begin{array}{l} \text{期待プロジェクト費用} \end{array} \right]$$

上式で用いた記号の意味は表-1に示されている。ここでプロジェクト開始時期の最適値 Z^*-L を求めるために(1)式をこれについて偏微分してこれを零とおいた式を C について整理すると次式が得られる。

プロジェクト開始時期 Z^*-L についての最適条件式

$$(\lambda + r) C = e^{-\lambda L} [B_1(Z^*) - B_0(Z^*)]$$

$$+ \lambda \int_0^L [B_1(Z^*+L+t) - B_0(Z^*+L+t)] e^{-rt} dt$$

$$+ (\lambda/r) [B_1(Z^*-L) - B_0(Z^*-L)] \quad \text{—— (2)}$$

3. 基本的仮定 —— 本研究では、分析を簡単にするために、次のような仮定を設ける。

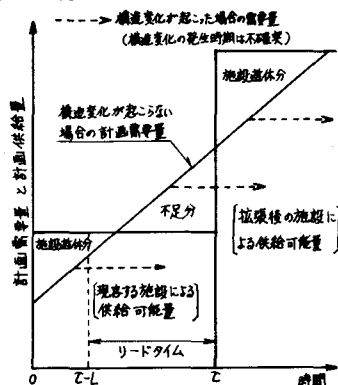


図-1 計画需要量と計画供給量

表-1 全期待便益式で用いる記号

S	: 起る時点 (起る時点よりZより、S>0)
t	: 構造変化の起る時点 (t>0)
B ₀ (S)	: プロジェクトが供与されていない時点Sにおける便益(Sの関数)
B ₁ (S)	: プロジェクトが供与された後の時点Sにおける便益(Sの関数)
r	: 時間割引率
e ^{-rt}	: 時点Sにおける時間割引係数
λe ^{-λt}	: 構造変化の発生に関する確率密度関数
L	: リードタイム
C	: プロジェクト費用
Z	: プロジェクト供与時期
Z-L	: プロジェクト開始時期

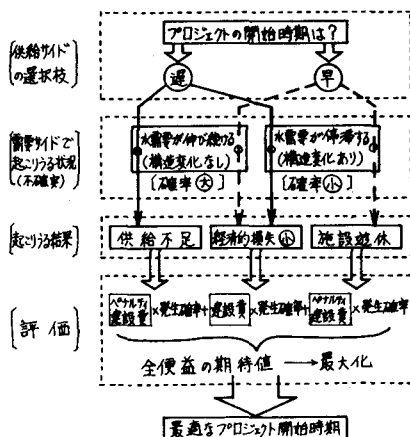


図-2 モデルの背景

(仮定1) 水需要は直線的に増加する。ただし、将来において急激な構造変化が生じる可能性がある。

(仮定2) プロジェクト費用は、拡張規模や建設方式が変化しないかぎり一定とする。

(仮定3) 本モデルにおいて「需要量」とは「現時点の需要量からの増加分」、すなわち、新規需要のことをいい、この場合、現時点の需要量は零と考えている。

4. 便益関数 —— 起こりうる水需要発生パターンと取りうる水供給パターンに応じて結果的に生ずる経済的損失を「負の便益」と考えて便益関数の中に組み込み、便益の算定を行なう。ここでは、便益関数を次のように仮定する。

(仮定4) 施設容量(供給可能量の上限)を需要量が上回ったとき、かい離分の「水不足」が生じる。このように水不足の状態になったときにはその不足量に比例したペナルティ費用を算定し、これを負の便益と考える。

(仮定5) 単位不足水量当りのペナルティ値は一定である。したがって、総不足水量に対するペナルティ費用は単位不足水量当りのペナルティ値に総不足水量を乗じたものである。

ここに、ペナルティ費用とは水不足によって引き起こされる被害の程度を「機会費用」として見做すものである。

$$\begin{aligned} B_0(S) &= -P_{\max}\{0, D-S-Z_0\} \\ B_1(S) &= -P_{\max}\{0, D-S-Z_1\} \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 P : 単位不足水量当りのペナルティ費用、 D : 1年当りの需要増加量、 Z_0 : 現存施設の有効供給量、 Z_1 : 拡張後の施設の有効供給量。

5. 臨界ペナルティ費用 —— (3)式を(2)式に代入してペナルティ費用 P について整理し、 P の関数形を Π とすると、 $P = \Pi(C, \alpha, \lambda, r, L, D, Z_0, Z_1)$ となり、各種パラメータを固定するとペナルティ費用 P は一意的に決定される。

このように(2)式を満足するようなペナルティ費用は、プロジェクト開始時期を時点 t^L に設定するのが最適な場合に相当するペナルティ費用と考えることができる。以後、(2)式を満足するペナルティ費用のことを「臨界ペナルティ費用」と呼び、 P^* で表記する。今、現時点で算定される実際のペナルティ費用を P とすると臨界ペナルティ費用 P^* との大小関係に応じて、プロジェクト開始時期について表-2 のような意決定をすることができる。

6. 分析結果 α が $Q-P$ 曲線についての考察 —— 標準ケースとして表-3 に示すようなデータを入力して本モデルによる計算を行なうと、図-3 のような $Q-P$ 曲線図が得られる。この $Q-P$ 曲線は、プロジェクト開始時期をパラメータとして任意の Q 値に対して計算される臨界ペナルティ費用 P^* をプロットしたものであり、平行する曲線群の一つづつ(コンター)はある特定のプロジェクト開始時期に相当している。表-2 の関係を用いると、現時点で算定される実際のペナルティ費用と予測された構造変化の発生確率 Q とにより定まる $Q-P$ 空間上の1点が $Q-P$ 曲線図上のどの領域に属するかによって表-4 のようなプロジェクト開始時期についての情報が得られる。さらに、 $Q-P$ 曲線図を用いると表-5 のように、構造変化の発生確率 Q をオーダー的にとらえることもできる。このように、本モデルは、不確実性下において大規模

表-2 臨界ペナルティ費用 P^* の特性

$P < P^*$	プロジェクト開始時期を時点 t^L に延期する方が望ましい(プロジェクトの開始時期を時点 t^L より早めるべきではない)
$P = P^*$	プロジェクトの開始時期を時点 t^L に設定するのが最も望ましい
$P > P^*$	プロジェクトの開始時期を時点 t^L より早める方が望ましい(プロジェクトの開始時期を時点 t^L に延期すべきではない)

表-3 標準ケースの入力データ

P : 時間割引率	0.06
L : リドタイム	15 (年)
Z_0 : 基本有効容量	5 (億立方)
Z_1 : 拡張有効容量	48 (億立方)
D : 1年当りの需要増加量	1 (億/年)
C : プロジェクト費用	680 (10 ⁶ 円)
λ : 1年当りの構造変化の発生確率の平均値	$\lambda = \lambda_0 \frac{1}{1-Q}$
Q : 構造変化が当該年より翌年のいずれに起こる確率	

表-4 $Q-P$ 曲線図によるプロジェクト開始時期についての情報

①の領域	プロジェクトを今、現在開始すべきである
②の領域	プロジェクトを今、現在開始しなくてもいいが、5年も延期すべきではない
③の領域	プロジェクトを5年も延期はできないが、10年も延期すべきではない
④の領域	プロジェクトを10年も延期はできないが、15年も延期すべきではない
⑤の領域	プロジェクトを15年も延期はできないが、20年も延期すべきではない
⑥の領域	プロジェクトを実施する必要はない

表-5 $Q-P$ 曲線図による構造変化の発生確率 Q についての情報

Q : 0.0001	→ 0.01	→ 0.1
$Q-P$ 曲線	構造変化の発生確率 Q については $Q-P$ 曲線が水平状態となり、臨界ペナルティ費用の値にほとんど変化がない	構造変化の発生確率 Q の値の違いによって $Q-P$ 曲線が大きく変動する
結果	構造変化の発生確率 Q は、プロジェクト開始時期についての意決定とはほとんど影響を及ぼさない	構造変化の発生確率 Q はプロジェクト開始時期についての意決定に際して重要な要素となる

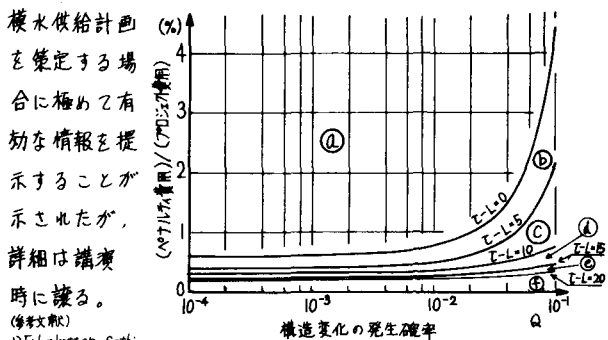


図-3 $Q-P$ 曲線図

(参考文献)
1) Erlenkotter, Sethi,
Okada "Planning

For Surprise, Water Resources Development Under Demand And Supply Uncertainty," (1981) WP-312, U.C. LA