ストロッツ・モデルの交通工学的改良

福山大学　正会員　近藤勝直

1. はじめに

道路の最適供給量ならびに混雑料金について一般均衡論的に論じたものにストロッツ・モデルがある[1]。本稿では、このモデルを、無料一般道路と有料高速道路が競存するケースへと拡張し、交通工学的な観点を織り混ぜて、両道路の最適供給と料金水準について論ずる。モデルのフレームは概ねストロッツのそれに準じているが、以下の諸点について改良を加えている。1) 交通需要を派生需要として扱う、2) タイム・バジェットを導入する、3) 合成財と余暇時間が個人の効用水準を高める、など。

2. 世帯モデル

＜前提＞

(i) 世帯 i の交通需要 Q_i は、世帯毎に一定回数だけ毎日繰り返し生起することに意味のあるものが大半であり、これらは効用の増減からはほぼ独立していると考える。交通計画上、毎日繰返される交通が重要だからである。さらに言えば、本源的な交通需要のあるものは私的財の中に押し込めることも可能である。ゆえに、交通は、いますべて派生需要であるとし、その回数 Q_i は世帯毎に与件として扱う。そして、ルートは、無料一般道路と有料高速道路の2本とし、利用回数をそれぞれ t_i, T_i とする。ただし、交通手段は簡単のため、自家用車だけを考える。

(ii) 効用水準 U^i は、合成財（合成された私的財）の消費量 X_i と、余暇時間 L_i とから影響をうけ、この両者が効用水準を高める。

(iii) 世帯の可処分所得は、合成財消費支出と、高速道路料金支出に割りふりられる。合成財1単位の価格を π、高速道路は1回当りての料金とする。なお、全交通需要のトリップ長は簡単のため、すべて等しく、したがって走行費用も全て等しいとし、ここでは走行費用は考慮に入れない。

(iv) さらに、可処分時間（自由裁量時間）K_i なるものを考え、それは、余暇時間 L_i、一般道利用時間 $l \cdot t_i$、高速道利用時間 $r \cdot T_i$ とから構成される。l, r はそれぞれ、一般道、高速道の走行時間である。すなわち、効用水準を高めるところの余暇時間のより多い創出のために、応分の料金を支払い高速道路を利用するという行動パターンを想定しているのである。

＜定式化＞

以上の世帯行動は以下のように定式化される。

$$(1)\quad \mathrm{Max.}\quad U^i = U^i(X_i,\ L_i)$$

sub. to

$$(2)\quad Q_i = t_i + T_i$$

$$(3)\quad I_i = \tau T_i + \pi X_i$$

$$(4)\quad K_i = L_i + l t_i + r T_i$$

この問題の1階の条件を整理すると次式が導かれる。

$$(5)\quad \frac{U^i_L}{U^i_X} = \frac{\tau/(l-r)}{\pi}$$

すなわち、余暇と合成財についての限界代替率が、高速道路利用によってもたらされる単位節約時間当りの道路料金と、合成財1単位の価格との比に一致することを要請している。

一方、上の問題において、t_i と L_i を消去した形で問題を再構成することができる。すなわち、

$$(6)\quad \mathrm{Max.}\quad U^i = U^i(X_i,\ T_i)$$

sub. to (3)

なぜなら、(2),(4)式から t_i を消去すると

$$(7)\quad L_i = K_i - l Q_i + (l-r) T_i$$

を得、これを目的関数 U^i に代入すれば、U^i は(6)式のように、コントロール変数 X_i, T_i だけの関数になるからである。この問題についての最大

1) Strotz R.H., "Urban Transportation Parables", in Margolis J. ed., *The Public Economy of Urban Communities*, THE JOHNS HOPKINS PRESS, 1965.

化の1階の条件を整理すると次式を得る。

(8) $$\frac{u^i_T}{u^i_x} = \frac{\tau}{\pi}$$

効用水準を一定に保ちつつ、高速道路利用を合成財に置きかえる率、すなわち限界代替率が、社会の構成員全員について一律に τ/π なる価格比に等しくなることを要請している。

3. 企業モデル

企業とは合成財を生産する部門の総称であり、社会の資源（労働力や資本）を投入して、合成財を産出する。行動原理は利潤極大化とし、企業活動にともなう交通需要については、簡単のため、一切考慮しない。生産関数を f とする。

(9) $$X = f(E_0)$$

資源 E_0 を投入して、合成財を $X(=\Sigma x_i)$ 生産する。利潤は、資源の単位価格を w として

(10) $$\Pi = \pi X - wE_0 = \pi \cdot f(E_0) - w \cdot E_0$$

と表わせるから、$d\Pi/dE_0 = 0$ より、生産効率条件として、周知の

(11) $$f' = w/\pi$$

を得る。（なお (11)式より f を求め、(10)式に代入すれば超過利潤$=0$ なる関係が得られる。）

4. 政府モデル

政府は道路サービスのみを生産する主体とし、ここでは、ストロッツと同じく社会的厚生関数

(12) $$W = \Sigma \lambda^i u^i$$

を最大化するような道路供給を行う。$\Sigma \lambda^i u^i$ を最大化することは、他の人々の効用水準を一定に保ちつつ、第i個人の効用水準 u^i を最大化することと手法的には等価であるから、この場合に導かれる最適条件は、社会的にみた資源のパレート的効率配分の条件となっている。

政府は、一般道路に E_1、高速道路に E_2 なる資源を投入し、つぎのような混雑関数で定義されるところの'走行時間を生産'することになる。（交通工学的には「走行時間関数」）

(13) $$\ell = g(\Sigma t_i, E_1), \quad (g_{\Sigma t} > 0,\ g_{E_1} < 0.)$$

(14) $$r = h(\Sigma T_i, E_2), \quad (h_{\Sigma T} > 0,\ h_{E_2} < 0.)$$

一方、社会に存在する総資源量を R とすると、それは企業部門と政府部門で使用される合計に等しいから

(15) $$E_0 + E_1 + E_2 = R$$

が成立する。したがって、企業の生産関数(9)式は

(16) $$\Sigma x_i = f(R - E_1 - E_2)$$

と書き換えられることになる。政府の問題は、(13), (14), (16)式を制約条件として、(12)式を最大化することである。ただし u^i としては、(6)式のものを用いるものとする。ラグランジアンは

(17) $$\boxed{\mathcal{L} = \Sigma \lambda^i u^i(x_i, T_i, \ell, r) + \delta\{\Sigma x_i - f(R - E_1 - E_2)\} + \theta_1\{\ell - g(\Sigma t_i, E_1)\} + \theta_2\{r - h(\Sigma T_i, E_2)\}.}$$

最大化の1階の条件を整理すると

(18) $$\frac{u^i_T}{u^i_x} = \left(\frac{g_{\Sigma t}}{g_{E_1}} - \frac{h_{\Sigma T}}{h_{E_2}}\right) f'$$

を得る。

(18)式は先述の(8)式に他ならないから、結局

(19) $$\left(\frac{g_{\Sigma t}}{g_{E_1}} - \frac{h_{\Sigma T}}{h_{E_2}}\right) f' = \frac{\tau}{\pi}$$

が成立することとなる。(11)式より f' の値を代入し、整理すると最終的に

(20) $$\boxed{w\frac{g_{\Sigma t}}{g_{E_1}} - w\frac{h_{\Sigma T}}{h_{E_2}} = \tau}$$

が導かれる。(20)式左辺の値を現実世界より決定し得るなら、料金水準 τ が決定できる。$g./g.$ ないし $h./h.$ は、それぞれ、走行時間を一定に保つために、交通量の単位量増加にともなう走行時間の増分を相殺するのに必要な、追加的な資源の投入量を表わしている。したがって、両道路を一定の (ℓ, r) 水準に保つために必要な、それぞれの追加的投資額の差に等しく、有料道路料金を設定せよ、という極めて妥当な結論が導かれたことになる。

（・その他の特記事項……ワルラス法則、混雑関数
・拡張方向……最適modal mix問題、ガソリン税の導入、業務交通の導入、行動モデルとの連結、消費者余剰maxアプローチとの連携など。）