

重みづけ目標計画法による交通発生モデルのパラメータ推定手法

徳島大学 正員 青山吉隆
徳島大学 学生員 〇壁谷康峰
関組 正員 水元俊司

§1 はじめに

パラメータに符号条件の課せられているモデルの推定手法として、目標計画法モデルは、有効な手法である。この目標計画法モデルは、誤差の分布型を正規分布としないロバスト推定の1手法である。本研究は、ロバスト推定として、目標計画法の有効性について考察を行なうとともに、各データの誤差に社会的、理論的な重みづけを行ない、目標計画法モデルにおける重みづけの効果についても、考察を行なう。

なお、実証例として松山市(61ゾーン分割)、横浜市(98ゾーン)、中京圏(111ゾーン)について、人口指標、用途別床面積を説明変数として、発生・集中交通量および経済指標の推定を行なった。

§2 目標計画法モデル

誤差分布を正規分布としたとき、最尤法を用いると、最尤推定量をもとめることは、重回帰分析によるパラメータ推定になる。ここで、誤差分布を式(1)で示す両側指数分布と仮定すると、その尤度関数は、残差の絶対値の総和を最小にすることになる。

$$P(\varepsilon) = \frac{1}{2}\alpha e^{-\alpha|\varepsilon|} \quad (1)$$

いま、被説明変数 Y と説明変数 $X_j(j=1, \dots, N)$ との間に、式(2)で表わされる直線関係がある場合を考える。このとき、予測値が実測値を超過したときの大きさを ε^+ 、逆に不足したときはその大きさを ε^- で示す補助変数を導入する。この補助変数を用いて、残差の絶対値を最小化するパラメータを推定するには、式(3)に示すような目標計画法モデルより、推定すればよい。すなわち、目標計画法により、両側指数誤差分布をとするモデルの推定を行なえる。

$$Y = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_N X_N \quad (2)$$

(ただし、 $a_j \geq 0$)

$$\left. \begin{aligned} \text{目的関数} \\ S = \sum (\varepsilon_i^+ + \varepsilon_i^-) \longrightarrow \min \\ \text{制約条件} \\ Y_i = \sum a_j X_{ij} - \varepsilon_i^+ + \varepsilon_i^- \\ \varepsilon_i^+, \varepsilon_i^-, a_j \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

両側指数分布は、正規分布と比較し、すそ長い分布型であり大きな誤差の生じる確率が高い場合に有効となる。

§3 重みづけ目標計画法モデル

両側指数分布と仮定した場合には、絶対値の大きな誤差が出やすい。そのため、ウエイトの推定をおこなうと絶対値の大きな誤差項をもつ観測値が推定結果を左右しがちである。そこで、式(4)で表わすように、目的関数に重みづけを行ない効率を高めることを考える。ここで、理論的には表-1のウエイト1のように、誤差の絶対値の逆数をウエイトにするとよい。本研究では、この他にも、社会的な重みづけとして、ウエイト2〜4を考えた。ウエイト2は、実測値が大きいほど大きな誤差を許容するとした場合である。また、ウエイト3、ウエイト4は、増減率により、その誤差の重要度を定め、増加率の高いデータの誤差を大きく評価する場合である。

$$\left. \begin{aligned} \text{目的関数} \\ S = \sum w_i (\varepsilon_i^+ + \varepsilon_i^-) \longrightarrow \min \\ \text{制約条件} \\ Y_i = \sum a_j X_{ij} - \varepsilon_i^+ + \varepsilon_i^- \\ \varepsilon_i^+, \varepsilon_i^-, a_j \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

表-1 ウエイト

ウエイト	項 目
等ウエイト	全サンプルに 1
ウエイト1	誤差の絶対値の逆数
ウエイト2	実測値の逆数
ウエイト3	夜間人口の増減率
ウエイト4	昼間人口の増減率

§4 推定結果とその考察

モデル推定において、説明変数の選択については、各種の方法があるが、それらは重回帰分析に対して考えられたものであり、目標計画法モデルに適用できるか否か疑問がある。そこで本研究では、被説明変数との相関が高い変数に着目し、一部には相関は低いが、被説明変数の変動を説明できるものも、説明変数とした。各モデルの適合度を比較するために、重相関係数(R)とともに式(5)、式(6)で示す情報量規準AICを用いた。

表-2に示す横浜市、業務目的発生交通量推定において、重回帰分析では、店舗・百貨店と事務所・銀行との間に0.58と比較的高い内部相関があったため、重共線性や働いたことによると思われる。このとき目標計画法モデルでは、符号条件を満足しなかったため、モデルにこの説明変数は採用されなかった。各適合度を比較すると目標計画法モデルの方がAICZ以外は、悪くなっているがその差は小さい。これより、目標計画法はパラメータ推定に有効な手法であるといえる。

次に重みづけの効果について考える。誤差の絶対値の逆数をウエイトにした場合、松山市では等ウエイトと同じパラメータが推定されたケースが多く、横浜市では、表-3に示すようにパラメータの修正をえる程度の変化があった。このとき、適合度は重相関係数、AIC1が改良されたことを示している。中京圏においては、モデルの説明変数が変わることも多く、等ウエイトモデルとはかなり異なったモデルとなった。うつの地域によりモデル性質が異なったのは、データの分散状態が異なったためと考えられる。ウエイト2は、全体的に通合度の改善もなく、モデル構成にも大きな変化があった。これは、各説明変数の分散状態の違いのためと考えられる。ウエイト3、4の各種増減率による重みづけの効果については中京圏の経有指標について、S40からS45a増減率をウエイトとし、S45データでモデル推定を行った。この年度データの適合度は、他のウエイトによるものより低いが、S50データに適用した場合の適合度は、表-4に一例を示すように、実測値との適合度は、他の目標計画法と比較し高い値であった。全部で6ケース推定した中で半数は、重回帰分析モデルとAIC1で比較しても、高い値を示した。これより、適当な指標の増減率をウエイトとすれば、精度の高い将来予測モデルが推定されるといえる。

§5 まとめ

以上の結果より、パラメータに符号条件の課せられたモデル推定に、目標計画法を用いると、符号条件を満足したモデル推定が行なわれることが実証され、目標計画法が有効な手法であるといえる。また、重みづけ目標計画法を用い、社会学的な指標をウエイトとすれば、適合度の向上が図られる。

AIC1 (正規分布の場合)

$$AIC1 = m \ln \left\{ \sum_{i=1}^m (Y_i - \sum_{j=1}^k a_j X_{ij})^2 / m \right\} + 2K \quad (5)$$

AIC2 (両側指数分布の場合)

$$AIC2 = 2 \sum_{i=1}^m (1/Y_i - \sum_{j=1}^k a_j X_{ij} / Y_i) + 2K \quad (6)$$

(ただし、Kはパラメータの数)

表-2 横浜市 業務目的発生交通量推定のパラメータ
(説明変数一用差別床面積)

手法 説明変数	目標計画法 等ウエイト	重回帰分析	偏相関係数
店舗住宅	0.0908	0.0883	0.7204
店舗・百貨店	*****	-0.0014	0.0840
事務所・銀行	0.0402	0.0392	0.8885
倉庫	0.0147	0.0086	0.2748
重相関係数(R)	0.9127	0.9185	
AIC1	1293	1283	
AIC2	41.9	46.3	

表-3 横浜市 帰宅目的発生交通量推定のパラメータ
(説明変数一用差別床面積)

ウエイト 説明変数	等ウエイト	ウエイト1	ウエイト2
店舗住宅	0.3627	0.2353	0.4116
店舗・百貨店	0.1903	0.1848	0.1629
事務所・銀行	0.0303	0.0382	*****
工場	0.0010	0.0081	0.0205
倉庫	0.0663	0.0068	0.0115
重相関係数(R)	0.7549	0.7667	0.7368
AIC1	1622	1620	1621
AIC2	65.0	75.7	65.0

表-4 中京圏 小売店数 昭和45年度モデルの
昭和47年度推定時の適合度

手法 適合度	等 ウエイト	ウエイト1	ウエイト2	ウエイト4	重回帰 分析
R	0.9778	0.9778	0.9766	0.9777	0.9773
AIC1	1207	1207	1267	1206	1213
AIC2	45.00	45.00	49.64	44.89	47.24

[参考文献] 青山吉隆 他 「目標計画法によるパラメータ推定理論に関する一考察」

第33回土木学会中国四国支部学術講演会概要集