

岡山大学 正 森 忠次
島根県教員 正 伊藤範彦
愛媛県庁 正 O宮岡 等

1. はじめに

この研究の目的は、任意に与えられた基準点（地性線上も含む）に基づいて等間隔の格子点の標高を双一次スプラインを使って内挿することによりDTM (Digital Terrain Model)を作成し、後に地性線を入れることによって地性線の入った等高線図を自動図化することである。ここで地性線とは、谷線のような、地形においてなめらかさを失う部分でいい。地性線上の点をブレイクポイントと呼ぶことにする。また、本論文においてDTMとは内挿した地形モデルのことである。

2. 内挿手法

この内挿に用いる双一次基底スプライン関数 $S_{ij}(X, Y)$ は図-1および次に示すような形になり、格子点 $P_{i,j}$ が最大値1をもち、点 $P_{i,j}$ を囲む4つの格子の外では0になる。

$$S_{ij}(X, Y) = (1 - |\Delta X|)(1 - |\Delta Y|) \quad \text{----- (1)}$$

ここで、 $\Delta X = |X - X_i| / d$, $\Delta Y = |Y - Y_j| / d$ (d : 格子幅)である。また、任意の点 (X, Y) における内挿面 $Z(X, Y)$ はその点を囲む4つの格子点における双一次基底スプライン関数にそれぞれ重み乗を加えた4つの面を加えることにより与えられる。すなわち、内挿面は図-2において、次式で表される。

$$\begin{aligned} Z(X, Y) &= \sum_{i,j} Z_{i,j} \cdot S_{ij}(X, Y) \\ &= (1 - \Delta X) \cdot (1 - \Delta Y) Z_{i,j} + \Delta X \cdot (1 - \Delta Y) Z_{i+1,j} + (1 - \Delta X) \cdot \Delta Y Z_{i,j+1} + \Delta X \cdot \Delta Y Z_{i+1,j+1} \end{aligned} \quad \text{----- (2)}$$

2-1 格子点上の標高計算

基準点を $P_k(X_k, Y_k, Z_k)$ 、格子点を $P_{i,j}(X_i, Y_j, Z_{i,j})$ と表す。ここで Δ は未知数であることを示す。基準点 P_k の標高 Z_k は、基準点の観測値が誤差を含んでいることを考慮すると次式で示される。

$$V_k = \sum_{i,j} Z_{i,j} \cdot S_{ij}(X_k, Y_k) - Z_k \quad (V_k: \text{基準点} P_k \text{における内挿面と基準点標高の残差}) \quad \text{----- (3)}$$

さらに格子幅を1とすれば、格子点 $P_{i,j}$ 上でのX方向、Y方向の曲率 $M_x(i, j)$, $M_y(i, j)$ を差分で近似する¹⁾。

$$M_x(i, j) \equiv Z_{i+1,j} - 2Z_{i,j} + Z_{i-1,j} \quad ; \quad M_y(i, j) \equiv Z_{i,j+1} - 2Z_{i,j} + Z_{i,j-1} \quad \text{----- (4)}$$

内挿面ができるだけ、基準点付近を通り、格子点上でなめらかさを維持するために、

$$\sum_k P_k V_k^2 + \sum_{i,j} P_{i,j} \{M_x(i, j)\}^2 + \sum_{i,j} P_{i,j} \{M_y(i, j)\}^2 = \text{最小} \quad \text{----- (5)}$$

とする。ここで P_k , $P_{i,j}$ ($P_{i,j}$)は式(3)および式(4)の重みであり、基準点の精度と要求される地形のなめらかさの程度によって決定される。以上のようにして最小自乗法を用いて格子点標高 $Z_{i,j}$ を計算すると式(2)より内挿面を作成することができる。

2-2 地性線の表現法

記のようにして格子点標高 $Z_{i,j}$ を計算すると地性線をささむ格子点上においては大きな誤差を生じる。また、案を通り、地性線上で折り目の入った地形を再現しなければならない。簡単のためY格子線上に沿って1次

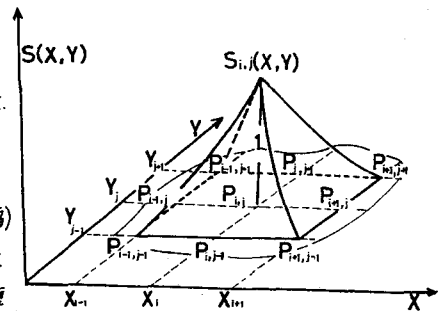


図-1

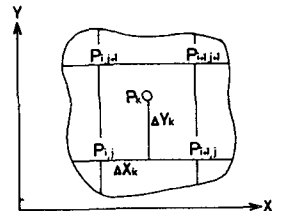


図-2

元で差えると、図-3において内挿面は点線で示すようになる。そこで、アレイポイントをはさむ4つの格子点 ($X_{i-1}, X_i, X_{i+1}, X_{i+2}$) 内で地形はV字型に線形変化すると仮定する。この仮定のもとで標高計算で求めた格子点上の標高 $\hat{Z}_{i-1}, \hat{Z}_{i+2}$ とアレイポイントの標高 Z_k を使って X_i, X_{i+1} のあらたな標高 $\hat{Z}_i, \hat{Z}_{i+1}$ をそれぞれ線形内挿する。すなわち、図-3の点線で示すような内挿面が決定される。この内挿を再内挿と呼ぶことにする。2次元への拡張にあたっては次の通りとする。

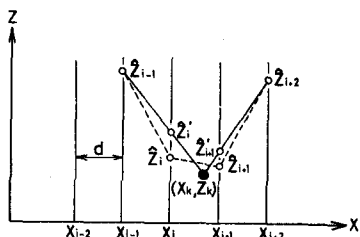


図-3 ●: アレイポイント

1. 再内挿しない格子点の標高は、はじめの値をそのまま使う。
2. XあるいはY格子線に関してどちらか一方の再内挿しか実行されない場合は、再内挿して得られた値その格子点の標高とする。
3. X, Y格子線の両方に関して再内挿を実行した場合は図-4において、Y_i格子線に関して再内挿して求められた格子点 $P_{i,j}$ の標高と X_i 格子線に関して再内挿して求められた格子点 $P_{j,i}$ の標高の、距離 $dX(i,j)$, $dY(i,j)$ に反比例した重みつき平均値を採用する。

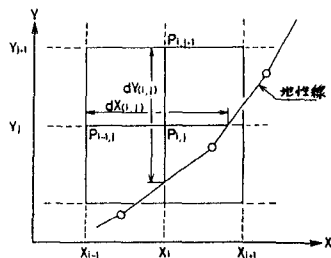


図-4

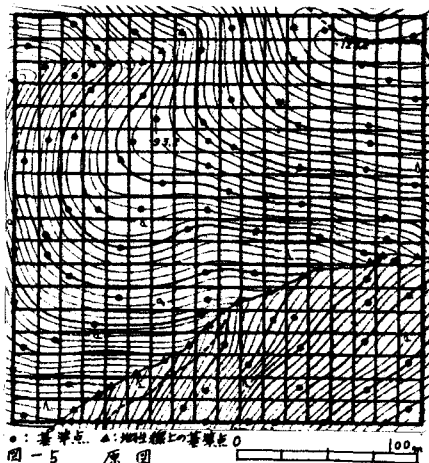
3. 実験の概要

計算時間短縮のため全内挿領域を計算領域に小分けし、隣り合う計算領域の3つの格子点を重ね合わせ、真中の格子線上の点は双方の計算領域の標高値を平均し、内挿面とする²⁾。

以下に実験条件を示す。

場 所	吉備津付近	基準点数	94個	XY	NEC
原図縮尺	1:2500	地形線上の基準点数	24個	70×70	(N754H-01)
内挿領域	225 _m ×225 _m	総基準点数	118個		NECのACOS
計算領域	75 _m ×75 _m	格子間隔	12.5 _m		34-2770T
総格子点数	19×19	P_k	10.0		3-9167075
基準点配置	図5に示す。	$P_{i,j}, P_{j,i}$	1.0		1739-0のサトル
					4L SMOOT

表 1



●: 基準点 ○: 地形線上の基準点 0 100m

4. 結果と考察

実験より得られたDTMから等高線図を自動図化した(図6参照)。この手法はプログラム作成しやすく、計算時間が短縮でき、内挿領域に与えられた必要な所のみ地形線を入れることができるという利点があり、日本の地形のように地形線を多数含む地形に対して有効である。なお、他の方法との比較は講演時に示す。

参考文献

1) H. Ebner; HIFF-Ein Minicomputer — Programmsystem für Höhen Interpolation mit Finiten Elementen, ZfV 5/1980, PP. 215 ~ 226, 1980.

2) 赤木恭吾; 地形計測値の補間手法の研究(1次スプラインによる断面の補間に関する考察)

岡山大学工学部土木工学科卒業論文 昭和56年

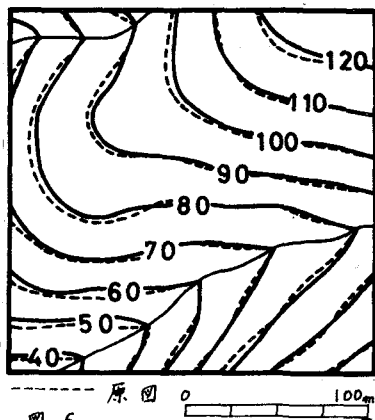


図 6