

二本の大型円柱構造物による波の回折計算

福山大学工学部 正員 ○梅田 真三郎

神戸大学工学部 正員 崑 源 亮

1. まえがき

本研究では、円柱による波の回折に関して波長と円柱径の大きさが同程度の場合の二本の大型円柱構造物による波の回折問題に、線型の回折理論を適用し、厳密に級数解を求め、円柱径の違いによる波の相互干渉を明確にする。これらの計算による解析結果を検証するために、超音波による回折実験を行なった。超音波の音場に光をあて、音波面や回折の映像を光学的映像法の一つであるシュリーレン法によって求めた。

2. 理論式¹⁾

円柱が水底まで達している場合の二本の円柱への入射、反射波をポテンシャル理論で考える。円柱の半径を r_0 、二本の円柱 A と B の中心間の距離を p とし、以下の文章では円柱の半径を円柱径、円柱の中心間隔を円柱間隔として用いる。入射波に対する反射波を境界条件を満足するように順次求めて行く。たとえばポテンシャル ψ_1 に関しては、円柱 A への入射、反射波をそれぞれ微小振幅進行波と円柱からの第1反射波として境界条件を適用して求める。同様に ψ_2 を求めることができる。次に ψ_3 以後に関しては、円柱間隔が円柱径に比べて大きいことから、近似的にポテンシャル ψ を求める。その重ね合わせによって求めたポテンシャルを理論近似級数解と以下呼ぶこととする。それらの式は、二つの一般式で表わすことができるが、ここでは奇数番目のポテンシャル ψ_m ($m = 5, 7, \dots$) を示すと次のようになる。

$$\psi_{4j+1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [i^n F_n^{j+1-2}(R_0, R_p, R_3, \alpha_1) F_n^{j-1+1}(R_0, R_p, R_4, \alpha_2) \times \{E_n(R_0, R_{3-1}) - F_n(R_0, R_p, R_{1+2}, \alpha_1) \times E_n(R_0, R_1)\} e^{in\theta_{5-1}}] \quad (1)$$

ここで、 $j = 1, 2, \dots$ に対してそれぞれ $l = 1$ および 2 であり、関数 E_n と F_n は

$$E_n(R_0, R_1) = \frac{J_n'(R_0)}{H_n'(R_0)} H_n(R_1) \quad (l = 1, 2) \quad (2)$$

$$F_n(R_0, R_p, R_j, \alpha_1) = \frac{H_n'(R_j)}{H_n'(R_0)} \cdot \frac{R_0 - R_p \cos \alpha_1}{R_j} \quad ((j, l) = (3, 1), (4, 2)) \quad (3)$$

で表わされ、ここに、

$$\left. \begin{aligned} \theta_3 &= \pi/2 - \alpha'_2, \quad \sin \alpha'_2 = R_0 \sin \alpha_1 / R_3 \\ \theta_4 &= \pi/2 - \alpha'_1, \quad \sin \alpha'_1 = R_0 \sin \alpha_2 / R_4 \\ R_3 &= \sqrt{R_0^2 + R_p^2 - 2 R_0 R_p \cos \alpha_1} \quad R_4 = \sqrt{R_0^2 + R_p^2 - 2 R_0 R_p \cos \alpha_2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

である。

3. 計算例

理論式の一例である (1) から (4) 式で示されるような一般式を比較的簡単に誘導することができた理論近似級数解によって、実際に種々の円柱径に対して計算を行なってみた。その解から求まる速度ポテンシャル ϕ の絶対値 $|\phi|$ を回折係数 K_d として、円柱間隔 $p = 2.0L$ に対して円柱径 $r_0 = L/6, L/4, L/3, L/2$ の4種類の構造物の前面および背後の領域で波がどのように変形し、相互干渉を起こすかを

調べてみた。ここに L は波長である。それぞれの円柱径に対して回折係数、水面変動量および位相角を求めたが、ここでは水面変動量の結果のみを示して考察を述べる。両円柱にはさまれ、その中央に位置する $y/L = 0.0$ 上における前面および背後の領域において入射波高 η_I に対する水面変動 η を調べてみた。その結果、 η/η_I の実部の変動状況を図-1に示す。この場合、単一円柱の場合との比較のために破線でその結果も重ねて図に示している。円柱の近傍における変動や円柱径の違いによる変動をみていくと、円柱近傍では円柱径 r が $L/3$ 以上になると変動差が顕著となり、また円柱から遠ざかった領域では、円柱径 r が $L/4$ 以上で変動差がはっきりとあらわれている。すなわち、今回のような円柱間隔を2波長ととった場合には、円柱径を変えても円柱周辺1波長程度まではその円柱による波の変形が支配的であって、もう一方の円柱の影響をあまり受けないようである。しかしながら、円柱径 r が $L/3$ 以上の大きな円柱径になると、円柱周辺1波長前後からそれより遠方の領域でももう一方の円柱の影響を強く受けることが明らかとなった。その他、今回図には示していないが回折係数の分布や位相角の変化などの結果からも同様なことが言える。

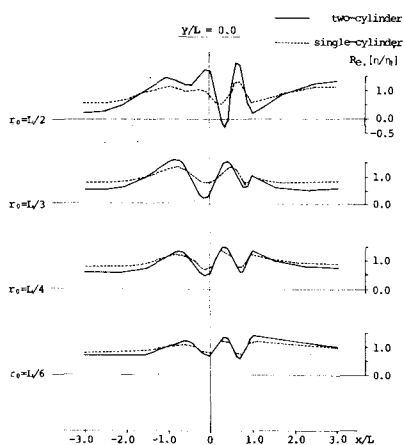


図-1 入射波に対する水面変動の比較

4. 超音波による回折実験

今回超音波の光学的映像法により、円柱構造物による進行超音波の回折を実験的に調べた。その光学的映像を得るのにストロボスコープ光源を用いた場合のシュリーレン法によって映像を求めた。得られた映像から計算結果の妥当性の検証を行なった。実験方法などについては発表時に詳しく述べる。実験の結果、音波面の映像と同時に回折の映像も得ることができた。計算結果と比較検討するために、円柱半径が $\Lambda/2$ (Λ : 音波の波長) で円柱間隔を約 2.0Λ とした二本の円柱の場合の実験結果と、それに対応する理論近似級数解による各座標点にて求めた位相角から波面の峯の部分の位置を求めた計算結果とを図-2に示す。図の実線は計算による波面の峯の部分の位置をあらわし、図において峯線の y 方向での最急勾配点と思われるところに $\times$ 印を示した。この図の上に、実験結果の回折の映像部分を黒くして破線で囲って表わした。実験結果からの回折の線内に計算結果の点があられる。すなわちこのことは、計算結果の各峯線における回折点が実験結果と一致しており、その点を結ぶことによって実験結果の写真にみられる円柱による回折を計算でも表わしうることを示している。

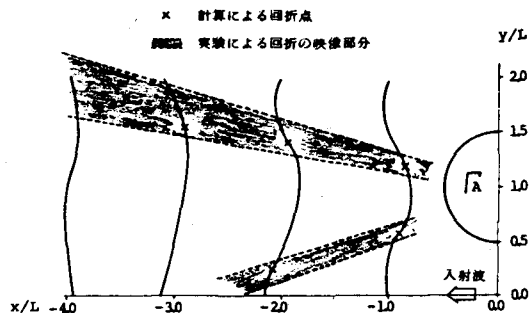


図-2 実験と計算によるそれぞれの回折の比較
(二本の円柱の場合)

1) 梅田・寛: 複数本の円柱による波の変形について,

第33回中・四国支部講演概要集