

被圧地下水の挙動に関する近似解法について

愛媛大学工学部 正 員 柿沼忠男
愛媛大学工学部 正 員 伊福 誠
愛媛大学工学部 正 員 〇井内国光
愛媛大学大学院 学生員 銅金裕司

1. まえがき 前報において著者らは海岸帯水層における被圧地下水の非定常な挙動特性と種々の揚水形式に対し数値解法を用いて明らかにするとともに観測結果との比較を行い、かなりよく一致することを見出した。前報で用いた基礎方程式は、非線形連立偏微分方程式であり、数値計算にはかなりの時間を要した。こうしたことから本報は若干の近似を用いることにより基礎方程式の変形を行い、近似解法を示すとともに前報の結果とも比較し、本解法の妥当性を検討しようとするものである。

2. 被圧地下水の近似式 図-1は、被圧地下水の鉛直断面を示したものであり、塩水くさびが存在する海側の領域を塩水化域、内陸部の淡水のみが存在する領域を淡水域と呼ぶことにする。塩水化域での水頭を η_1 、淡水域でのそれを η_2 とし、塩水層厚を s とすれば前報で示した被圧地下水の基礎方程式は次式で示される。

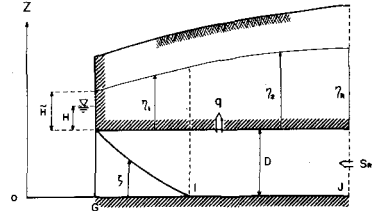


図-1 被圧地下水の鉛直断面

$$\text{塩水化域} \quad \left\{ \begin{aligned} k_1 \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ (D-s) \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (D-s) \frac{\partial \eta_1}{\partial y} \right\} \right] + \alpha \frac{\partial s}{\partial t} &= \frac{S_1}{D} (D-s) \frac{\partial \eta_1}{\partial t} + q_1, \\ \frac{\rho_1}{\rho_2} k_2 \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ s \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \left(\eta_1 + \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} s \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ s \frac{\partial \eta_1}{\partial y} \left(\eta_1 + \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} s \right) \right\} \right] - \alpha \frac{\partial s}{\partial t} &= \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{S_2}{D} s \frac{\partial \eta_1}{\partial t} \left(\eta_1 + \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} s \right) \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$$\text{淡水域} \quad k_2 D \left(\frac{\partial^2 \eta_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta_2}{\partial y^2} \right) = S_1 \frac{\partial \eta_2}{\partial t} + q_1 \quad (2)$$

ここで、 S ：貯留係数、 α ：有効間隙率、 k ：透水係数、 ρ ：密度、 D ：帯水層厚である。また、添字1および2は、それぞれ、淡水および海水に関するものである。式(1)、(2)、(3)における透水係数、貯留係数について次の近似を行う。

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} k_2 \approx k_1 \equiv k \quad (4), \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} S_2 \approx S_1 \equiv S \quad (5)$$

近似に関する物理的意味：透水係数は $k = K_0 \frac{\rho g}{\mu}$ と書くことができる。ここで、 μ および g は、粘性係数および重力の加速度であり、 K_0 は流体の性質に無関係な物理的な透水係数である。したがって式(4)の近似は $\mu_1 \approx \mu_2$ を意味する。また、貯留係数は $S = \alpha g (\alpha_1 + \alpha_2)$ で示され、ここで、 α および β は浸透層を構成する砂粒子骨格および流体の圧縮率である。したがって式(5)の近似は $\alpha_1 + \alpha_2 \approx \alpha_1 + \alpha_2$ を意味し、砂粒子骨格および流体の圧縮率が淡水、塩水で等しいという近似である。

基礎方程式の単一化：上述の近似を行い式(1)と(2)の辺々を加え合せ若干の変形を行えば塩水化域の方程式は

$$S^* \frac{\partial \eta_1^{\text{eff}}}{\partial t} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \eta_1^{\text{eff}} - q^* \quad (6)$$

となる。ここで、 $\eta_1^{\text{eff}} = E_1 + \frac{1}{2} G^2 - \frac{1}{2}$ 、 $E_1 = (\eta_1 - \bar{H}) \rho_1 / (\rho_2 - \rho_1) D$ 、 $G = s/D$ 、 $q^* = q_1 \rho_1 / (\rho_2 - \rho_1) K D^2$ 、 $S^* = S/K D$ 、 $\bar{H} = \rho_2 H / \rho_1$ (H は海面高)である。また、淡水域においても同様の変形を行えば

$$S^* \frac{\partial \eta_2^{\text{eff}}}{\partial t} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \eta_2^{\text{eff}} - q^* \quad (7)$$

となる。ここで、 $\eta_2^{\text{eff}} = E_2 - \frac{1}{2}$ 、 $E_2 = (\eta_2 - \bar{H}) \rho_1 / (\rho_2 - \rho_1) D$ である。また、塩水化域で定義された η_1^{eff} および淡水域で定義された η_2^{eff} が両領域の境界で滑らかに接続する、すなわち $\eta_1^{\text{eff}} = \eta_2^{\text{eff}}$ 、 $\partial \eta_1^{\text{eff}} / \partial x = \partial \eta_2^{\text{eff}} / \partial x$ および $\partial \eta_1^{\text{eff}} / \partial y = \partial \eta_2^{\text{eff}} / \partial y$ が成立することも境界での条件 $G = 0$ を用いて示すことができる。したがって式(6)と(7)は結合でき、両領域で単一の式

$$S^* \frac{\partial \eta^{\text{eff}}}{\partial t} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \eta^{\text{eff}} - q^* \quad (8)$$

で示される。ところで上式は平面領域内で流動する1種類の流体からなる地下水の方程式に基く、その場合 η^{eff} は地下水頭を意味する。したがって式(8)は2層流体からなる地下水の流動を見かけ上1層の流体のごとく取り扱えるものである。

塩水層厚の方程式：式(8)の解 η^{eff} を得たとすれば、淡水域においては η_2 を直接求めることができるが、塩水化域では水頭 η_1 と塩水層厚 G が結びついた量でわかるだけである。塩水層厚の方程式は式(2)を変形し、 η^{eff} , E_1 , G 3者の関係式を代入することによって次式で示される。

$$\rho^* \frac{\partial G}{\partial t} + S^* G \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta^{eff} - \frac{(1-G)^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left[G \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta^{eff} - \frac{(1-G)^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[G \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta^{eff} - \frac{(1-G)^2}{2} \right) \right] \quad (9)$$

ここで、 $\rho^* = \rho_1 / (\rho_2 - \rho_1) K D$ である。したがって η^{eff} が既知であれば上式より無次元の塩水層厚 G を求めることができるが、左辺は時間微分の2つの項からなり、 $G \leq 1$ より2つの項の大きさは係数 ρ^* と S^* の大きさで決まる。2つの係数の比は $S^* / \rho^* = (\rho_2 - \rho_1) S / \rho_1 \approx S / 40$ であるが通常 $\rho = 0.2 \sim 0.4$ で S は1に比べてかなり小さいので式(9)の左辺の第2項は省略できる。この近似の下で式(9)は、式(10)で示される。

$$\rho^* \frac{\partial G}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[G \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta^{eff} - \frac{(1-G)^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[G \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta^{eff} - \frac{(1-G)^2}{2} \right) \right] \quad (10)$$

時間変動の速さ： η^{eff} の時間変動の速さは係数 S^* の大きさで決まり、式(8)は単一流体についての浸透流理論に用いられる式と基本的に同一であり、 η^{eff} の時間変動の速さは揚水試験における水位変動のそれと同じである。 G の時間変動の速さは係数 ρ^* の大きさで決まり、 $S^* / \rho^* = (\rho_2 - \rho_1) S / \rho_1 \ll 1$ より塩水層厚の時間変動は η^{eff} の時間変動に比べて相当に遅いことがわかる。

境界条件：上述のように被圧地下水の塩水化に関する2次元非定常問題は、まず最初に η^{eff} に関する式(8)、そして G に関する式(10)を平面領域における境界条件の下で解くことに帰着する。図-2は η^{eff} および G に関する境界条件を示したものであり、図中DCは地下水流入口、ABは海との境界、ADおよびBCは不透壁であり、 $S_R^* = S_R \rho_1 / (\rho_2 - \rho_1) K D$ (ここで、 S_R は単位長さ当りの流入量)、 $V^* = (\eta_R - \tilde{\eta}) \rho_1 / (\rho_2 - \rho_1) D - \frac{1}{2}$ (ここで、 η_R は境界での水頭)である。

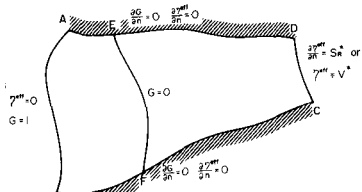
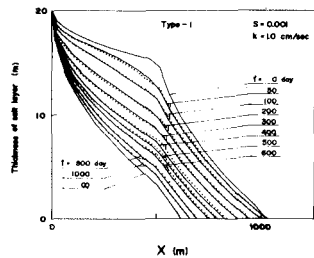
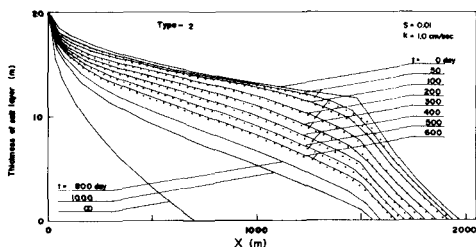


図-2 境界条件

3. 数値解析結果の比較 うおよび η に関して式(1), (2)および(3)を用いて直接解く方法を直接解法、本解法を近似解法と呼ぶこととし、両解法による数値解析結果の比較を行い近似解法の妥当性の検討を行った。比較に用いた帯水層モデルは長さ2500m、幅1000m、厚さ20mの直方体であり、帯水層の底面からの海面高は30mとした。また上流部からの地下水流入量は16000 m³/dayとし、揚水方法は最初に総揚水量が15500 m³/dayであったものが次の瞬間に10000 m³/dayとなり以後この状態を維持する場合を採用し、揚水形式として、海から500mおよび1000mで揚水する下流域揚水型(Type-1)、海から1500mおよび2000mで揚水する上流域揚水型(Type-2)の2つのTypeを用いた。図-3(a),(b)は、両解法による淡水塩水境界面の比較を示したものであり、図中の実線が近似解法、点線が直接解法によるものである。なお図中の $t=0$ および ∞ はそれぞれ総揚水量が15500 m³/dayおよび10000 m³/dayにおける定常状態を示したものである。これらの図をみると、両解法による淡水塩水境界面はかなりよく一致しており本解法で用いた近似がきわめて妥当なものであることがわかる。また近似解法を用いることにより計算時間もかなり短縮されより実用的である。



(a)



(b)

図-3 (a), (b) 淡水塩水境界面の比較