

ランダム外力を受ける立体ラーメンの動的応答について

徳山高寿 正員 重松恒美 正員 原 隆
愛媛大学 正員 大賀水田生
愛媛県庁 正員 樋口志朗

1. まえがき

現在、地震荷重による構造物の応答解析は数多くなされ、その解析法もさまざまある。しかし、従来の解析法では、計算時間が非常に長くおとす欠点があり、またランダム波入力のもとでの実験的報告はあまりみられない。そこで本研究では、前報に引き続き W. Krings, H. Waller が提唱したマトリックス関数を導入することにより計算時間の短縮を計るとともに、従来の解析法 (Newmark の法, モード解析) およびランダム波入力での実験結果と比較、検討することにより、本法の妥当性、有効性を検討し、同時に構造モデルの違いによる振動特性の変化について理論的・実験的検討を加えた。解析例としては Fig. 1 に示す一質点、二質点棒状モデル、一層、二層平面ラーメンモデル、そしてねじりを考慮した立体ラーメンモデルの計五種類とした。また立体ラーメンモデルについては、直角方向の外力の他に偏心およびねじりの影響が大きいと考えられる斜め方向外力を受ける場合についても検討した。なお、実験はランダム発振器を用いて行った。

2. マトリックス関数を導入した解析法

本研究では、ランダム外力を受ける場合においても従来の解析法と比較して計算時間の短縮が計れるマトリックス関数を導入した方法により解析を行った。本法は現時点での変位・速度応答を一・二段階前の変位・速度、外力によって求めるものであり、他の解析法に比較して大きな時間間隔でも解の安定性の保持が可能である。

強制振動問題の運動方程式は一般に次式で与えられる。

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f(t) \quad (1)$$

式(1)を一次の微分方程式としてマトリックス表示すれば次式となる。

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & E \\ -(ID + B^2) & -2B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ v \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}f(t) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここに x : 変位ベクトル, v : 速度ベクトル, E : 単位マトリックス

0 : 零マトリックス, $B = \frac{1}{2}M^{-1}C$, $ID = M^{-1}K - B^2$

次に外力 $f(t)$ を微小時間間隔において一定、すなわちステップ外力とし、特殊解を Taylor 展開すると式(1)の解は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= 2e^{-Bt} \cos \sqrt{ID}t \cdot x_i - e^{-Bt} \cdot e^{-Bt} \cdot x_{i-1} \\ &+ \{E - e^{-Bt}(\cos \sqrt{ID}t + B\sqrt{ID}^{-1} \sin \sqrt{ID}t)\} K^{-1} f_i \\ &+ e^{-Bt}(e^{-Bt} - \cos \sqrt{ID}t + B\sqrt{ID}^{-1} \sin \sqrt{ID}t) K^{-1} f_{i-1} \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i+1} &= 2e^{-Bt} \cos \sqrt{ID}t \cdot \dot{x}_i - e^{-Bt} \cdot e^{-Bt} \cdot \dot{x}_{i-1} \\ &+ e^{-Bt}(ID + B^2) \sqrt{ID}^{-1} \sin \sqrt{ID}t \cdot K^{-1}(f_i - f_{i-1}) \quad (4) \end{aligned}$$

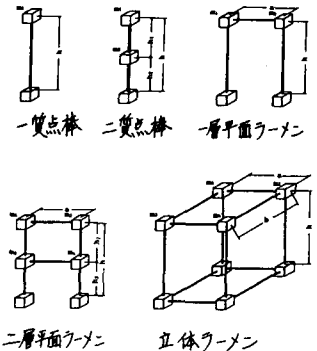


Fig. 1 モデルの形状

Table 1 モデルの断面諸量

	一質点棒状 モデル	二質点棒状 モデル	一層平面 ラーメン	二層平面 ラーメン	立体ラ ーメン
重 量 (kg)	239.7	242.6	251.3	261.1	246.9
重 心 (cm)		251.5	251.3	262.2	247.7
高さ (cm)			246.4	246.2	247.6
幅 (cm)	27.0	27.0	33.6	34.9	32.6
断面 形状		13.5	13.5	17.4	17.4
断面 二次 モーメント (cm ⁴)			22.4	33.2	21.7
断面 二次 モーメント (cm ⁴)					21.7
断面 二次 モーメント (cm ⁴)	2120	1920	2420	2320	1990
断面 二次 モーメント (cm ⁴)					1700

3. 實驗概要

本解析法の実際上の妥当性を確認するため Fig. 1 に示す 5 つのモデルを製作し、立体ラーメンについてはその配置を考慮し各モデルについて 3 段階の実験を行った。供試体の材料には、直径 1 cm のアクリル棒を使用し、質点を鉄柱で付加するとともに各節点は剛結とした。なお、各モデルの断面諸量を Table 1 に示す。実験の第一段階として各モデルの特性（減衰比・ヤング率）を調べるために自由振動実験を行った。次に調和振動実験を行い、実験結果と理論値を比較することにより解析法の妥当性の検討を行い、最後に、最大入力加速度約 300gal を有するランダム外力振動実験を行った。なお、Fig. 2 に入力ランダム外力波を、Fig. 3 にランダム外力実験概略図を示す。

4. 結果および考察

Table 2に調和振動問題における各解析法の解と実験結果を示している。本解析法と従来の解析法（Newmarkの β 法、モード解析）の解は一致した。また実験結果ともほぼ一致したが各モデルとも実験値が計算値を上回っている。これは入力加速度が非常に大きいため大きな変形が生じたためと思われる。次に、本法を1とした場合の他の解析法の計算時間は、自由振動問題においてNewmarkの β 法が3.09、モード解析が0.45となり、線型問題に限ればモード解析は非常に有効な解析法となるが、遷移状態も含めた調和振動問題においてはNewmarkの β 法が3.74、モード解析が15.97となり本法の計算時間に関する有効性が確認された。また、計算時間に大きな影響を与える時間間隔については各構造モデルとも本法はNewmarkの β 法の10～20倍の時間間隔で解が収束し、安定性が保持された。

Fig. 4, Fig. 5はランダム外力実験における立体ラーメニの直角方向入力時の理論および実験加速度応答を示している。両応答曲線において実験値でみられる初期微動と高次の波形を除けば両者はほぼ一致している。この初期微動の原因は実験手順と理論の初期条件の違いによるものである。すなわち、実験では、Fig. 2の外力を供試体の拳動が停止したと思われる時間間隔の後に繰り返し入力したため、一段階前の入力波および供試体の拳動の影響が出現した。これに対し、理論波は数値計算上その初期条件、すなわち初期変位、速度、外力をすべて0として計算を行ったことによる相違であると思われる。また実験でみられる高次の振動数の波形はそれをフーリエ・スペクトルに分解した結果供試体に取りつけたコードにより生じたものと思われる。また、立体ラーメニの斜め(45°)入力時は、実験および数値計算とも直角方向入力時の約1.4倍の大きさを示した。

参考文献

- 2) W. Krings, H. Waller; Numerische Berechnung von gedämpften Schwingungssystemen bei nichtperiodischen Erregungen, Die Bautechnik, 1975

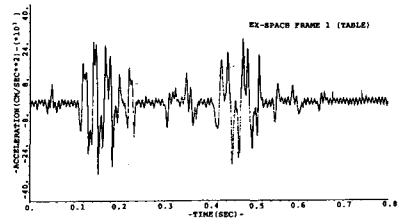


Fig.2 ラニダム外力入力波形

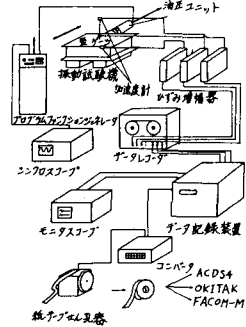


Fig.3 ランダム外力実験概略

Table 2 調和振動問題における各解析法の解

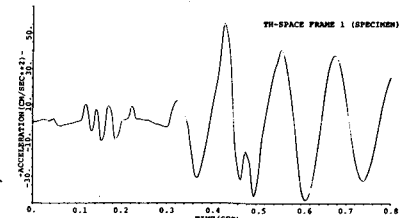
[illegible]

Fig.4 加速度応答曲線:理論値(立体ラタ直角)

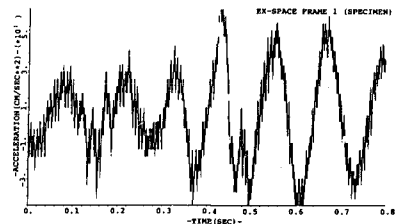


Fig.5 加速度応答曲線 実験値(立体ラテニ直角)