

愛媛大学工学部 正員 〇大賀 水田生
徳山高専 正員 重松 恒美
徳山高専 正員 原 隆

1. まえがき

著者らは前報において、通常の有限要素法に用いられる剛性マトリックスより誘導される伝達マトリックスを用いて板の座屈解析を試みた。そして、本法は解の精度を落すことなくマトリックスサイズの減少をはかることができること、そして有限帯板法や伝達マトリックス法などのように構造の形状とか境界条件に制限されないことなどを報告した。そこで本研究では、本法の板、およびリブを有する板の曲げ問題への適用を試み、二、三の数値計算を行い、得られた結果と従来の解および有限要素法による結果と比較することにより本法の妥当性、有効性を検討した。

2. 解析方法

まず、本研究で用いる伝達マトリックスの誘導について述べる。

図-1(a) に示される板は m 個の strip に分割され、さらにそれぞれの strip は n 個の有限要素に分割される。(図-1(b))。ところで、本法での有限要素の形状、節点自由度数は限定されないが本研究では図-2 に示す矩形要素および節点自由度を用いる。図-2 に示す要素の剛性マトリックスより、それぞれの strip の剛性マトリックスが組み立てられる。

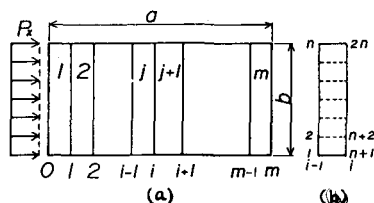


図-1 要素分割

$$[K]_i \{\delta\}_i = \{F\}_i \quad (1)$$

ここで $[K]_i$ は strip i の剛性マトリックス、 $\{\delta\}_i$ 、 $\{F\}_i$ はそれぞれの strip i の節点変位と節点力。

式(1)の剛性マトリックス $[K]_i$ を次のようなサブマトリックスに分割すると式(1) は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} K_{le} & K_{lr} \\ K_{re} & K_{rr} \end{Bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \delta_e \\ \delta_r \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} F_e \\ F_r \end{Bmatrix}_i \quad (2)$$

ここに、 $\{\delta\}_e$ 、 $\{\delta\}_r$ 、 $\{F\}_e$ 、 $\{F\}_r$ はそれぞれの strip の左側と右側の節点変位と節点力。

式(2) E $\{\delta_r\}_i$ と $\{F_r\}_i$ について解くと次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \delta_r \\ F_r \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} T_{le} & T_{lr} \\ T_{re} & T_{rr} \end{Bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \delta_e \\ F_e \end{Bmatrix}_i \quad \text{または} \quad \{Z_r\}_i = [T]_i \{Z_e\}_i \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{le} &= -K_{er}^{-1} K_{ee}, & T_{lr} &= K_{er}^{-1} \\ T_{re} &= K_{re} - K_{rr} K_{er}^{-1} K_{ee}, & T_{rr} &= K_{rr} - K_{er}^{-1} K_{ee} K_{er} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

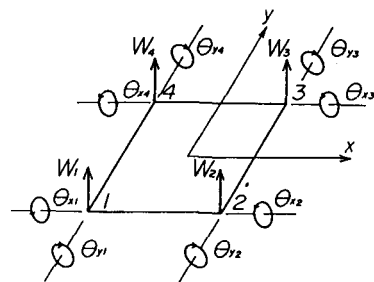


図-2 矩形要素

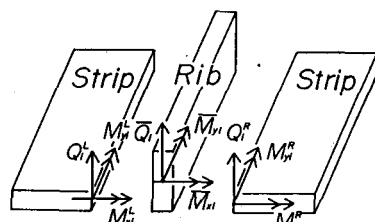


図-3 リブ前後の断面力

式(3)の $[T]_i$ が求める格間伝達マトリックスである。

次に、リブを考慮するための格点マトリックスについて述べる。伝達方向に平行なスーリブは前述の伝達マトリックスに含まれるが、図-3に示すような伝達方向に垂直なリブは格点マトリックスを用いて処理を行う。スーリブの前後では変位は連続となるが、断面力はリブのために不連続となる。(図-3参照)

$$\{\delta^r\}_i = \{\delta^l\}_i, \quad \{F^r\}_i = \{F^l\}_i + \{F\}_i \quad (5)$$

ここに、 $\{\delta^r\}_i, \{\delta^l\}_i, \{F^r\}_i, \{F^l\}_i$ はそれぞれスーリブ前後の変位と断面力、 $\{F\}_i$ はリブの断面力。

ところで、 $\{F\}_i$ はリブの剛性マトリックス $[K]$ により変位と次のように関係づけられる。

$$[K]_i \{\delta\}_i = \{F\}_i \quad (6)$$

式(6)を式(5)に代入し、まとめると次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \delta \\ F \end{Bmatrix}_i^r = \begin{bmatrix} I & 0 \\ K & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ F \end{Bmatrix}_i^l, \quad \text{または} \quad \{Z\} = [P] \{Z\}^e \quad (7)$$

式(7)の $[P]$ が求める格点マトリックスである。数値計算では左端の未知状態量を格間伝達マトリックス $[T]$ 、スーリブのある節線では格点マトリックス $[P]$ を用いて右端まで伝達し、右端の境界条件を考慮することにより左端の未知状態量と決定し、再び伝達計算を行うことにより、各節点の状態量つまり節点変位および節点力と決定する。なお、本研究でも座屈解析の場合と同様の標準化を行っている。

3. 数値計算および検討

本法の妥当性、有効性を検討するために次に述べる数値計算を行った。図-4に等分布荷重およびセンター集中荷重を受ける四辺単純支持正方形板の最大たわみの収束状態を示している。解析モデルは図-4に示しているように $3/4$ 板であり、横軸にその分割数、縦軸に精解との比をとっている。なお、この場合の計算は格間伝達マトリックス $[T]$ のみの組み合わせにより行われる。収束状態は等分布荷重の場合の方が少し良いようであるが、両載荷法の場合とも同様な傾向を示している。また、有限要素法による結果も同時に図-4に示している。この場合、用いた要素は本法で用いた要素と同一要素であり、得られた結果は本法による結果と全く一致している。図-5に図-4の計算での本法と有限要素法の最終的なマトリックスの大きさと分割数の関係を示している。両者を比較すると 3×3 分割で33.6%、 5×5 分割で50%、 8×8 分割で63.6%、 10×10 分割で69.2%。本法の方が小さくなっている。図-6は四辺単純支持板のセンターに一本のスーリブを有する場合の数値例を示している。載荷状態および解析モデルは図-6に示されており、分割数は 5×10 分割である。この場合の計算は格間伝達マトリックス $[T]$ のみでなく、格点マトリックス $[P]$ も導入して行われる。本法による結果と有限要素法による結果は全く一致しており、またマトリックスの大きさは本法の方が72.7%小さくなっている。

参考文献

- 1) 見沢他：FE-TMによる板の座屈解析について、土木学会中四国支部学術講演概要集、1981、5。

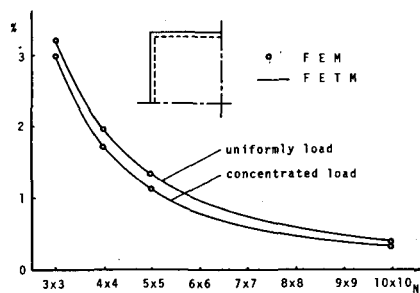


図-4 収束状態

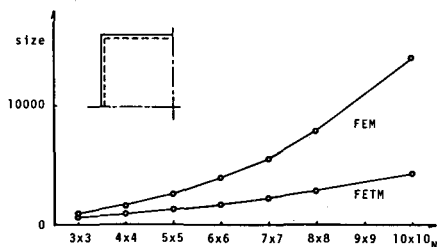


図-5 マトリックスサイズ

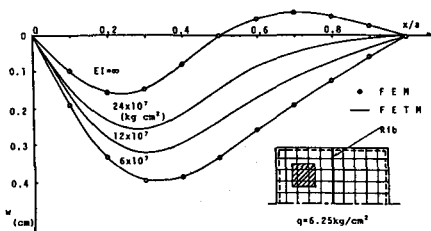


図-6 タワミ曲線