構造物のランダム・レスポンス・ファクターに関する信頼性工学的一考察

大阪大学工学部　正員　　小松　定夫
広島工業大学工学部　正員　○　中山　隆弘

1 まえがき　自然風や波浪など、確率過程として扱わざるを得ない不規則変動荷重を受ける構造物の安全性が、最大応答の期待値と分散に支配されることは言うまでもない。したがって1つの具体例として構造物の耐風設計問題を考えてみると、Davenport[1]によって提案された、最大応答の期待値のみによって定義されたガスト・レスポンス・ファクターをそのまま用いて耐風設計を行うとすれば、その非合理性が指摘されても致方ないであろう。本文ではこのような信頼性工学視点から、このガスト・レスポンス・ファクターを1例として、不規則変動荷重を受ける構造物の、より合理的なランダム・レスポンス・ファクターの1算定手法を提示したい。

2 点状構造物の変動抗力に対する応答　ここでは風の空間的広がりが問題にならない、しかも線形1自由度振動系でモデル化ができる点状構造物のガスト・レスポンス・ファクターについて考える。定常応答を考えれば変動抗力に対する振動系の変位のr.m.s.値 σ_y と平均値 $\bar{y}$ との比は次式で近似的に与えられる。[2]

$$\sigma_y/\bar{y} = 2\sqrt{\int_0^\infty |X_D(f)|^2 |H(f)|^2 S_{vv}(f)\,df}\Big/ V \quad \cdots\cdots (1)$$

ここに、V, $X_D(f)$, $H(f)$, $S_{vv}(f)$ および f は、それぞれ自然風の平均風速、空力アドミッタンス、振動系の周波数伝達関数、変動風速の片側パワースペクトル密度関数および周波数である。なお本研究では $X_D(f)$ についてはVickeryの式[3]を、$S_{vv}(f)$ としては日野の式[4]を、さらに変動風速の分散についてはDavenportの式[5]を使用しているが、これらの式の詳細については省略する。

いま変位 $y(t)$ と荷重効果（load effect）$x(t)$ が線形関係にあると仮定すれば、式(1)の左辺は $x(t)$ のr.m.s.値 σ_x と平均値 $\bar{x}$ に等しい。また振動系の抵抗力の平均値を $\bar{S}_0$ として、$\bar{m} = \bar{S}_0/\sigma_x$ および $n = \bar{x}/\bar{S}_0$ で定義される無次元パラメーター $\bar{m}$ および n を用いれば、式(1)は次式のように書き改められる。

$$1/\bar{m}n = 2\sqrt{\int_0^\infty |X_D(f)|^2 |H(f)|^2 S_{vv}(f)\,df}\Big/ V \quad \cdots\cdots (2)$$

3 振動系の初通過破壊確率　振動系の振動継続時間中の任意時刻 t における抵抗力の確率分布は、その時刻までに振動系が破壊しなかった事実によって下限に条件を付けられる。このとき、$x(t)$ の包絡線 $a(t)$ が抵抗力を超過する単位時間当りの回数の期待値 $\nu(t)$ は、例えば抵抗力が対数正規分布するものとすれば、次式のようになる。なお紙面の都合上、その誘導過程は省略する。

$$\nu(t) = \frac{\bar{m}\delta_s\sigma_1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\bar{m}^2 n^2}{2}\right) \int_{\frac{x^*_{max}}{\bar{m}\delta_s}}^{\infty} \left(1-\frac{n}{\delta_s r}\right) \exp\left(-\frac{\bar{m}^2\delta_s^2}{2} r^2 + \bar{m}^2\delta_s n r\right) \exp\left\{-\frac{(\ln r + \ln \delta_s\sqrt{1+\delta_s^2})^2}{2\ln(1+\delta_s^2)}\right\} \cdot$$

$$F_{x^*_{max}}(\bar{m}\delta_s r)\,dr \Big/ \sigma_x \int_0^\infty \frac{1}{r} \exp\left\{-\frac{(\ln r + \ln \delta_s\sqrt{1+\delta_s^2})^2}{2\ln(1+\delta_s^2)}\right\} F_{x^*_{max}}(\bar{m}\delta_s r)\,dr. \quad \cdots\cdots (3)$$

ここに $\bar{m}$ および n は前述の無次元パラメーター、δ_s は抵抗力の変動係数、σ_1 は、$dx(t)/dt$ のr.m.s.値 $\sigma_{\dot{x}}$ と $x(t)$ の代表的周波数 ω_m を用いて、$\sigma_1^2 = \sigma_{\dot{x}}^2 - \omega_m^2\sigma_x^2$ から得られるパラメーターである。また x^*_{max} は、$[0, t]$ における $x(t)$ の最大値を x_{max} とするとき、$x^*_{max} = x_{max}/\sigma_x$ で定義した無次元パラメーターで、$F_{x^*_{max}}(z)$ はその確率分布関数を表わしている。なお現時点では $F_{x^*_{max}}(z)$ に対する厳密な表式は得られていないので、本研究では次の近似式を用いている。[6]

$$F_{x^*_{max}}(z) = \left\{1-Erf\left(\frac{z-\bar{m}n}{\sqrt{2}}\right)\Big/\sqrt{\pi}\right\} \exp\left[-t^*\exp\left\{-\frac{(z-\bar{m}n)^2}{2}\right\}\Big/\left\{1-Erf\left(\frac{z-\bar{m}n}{\sqrt{2}}\right)\Big/\sqrt{\pi}\right\}\right] \cdots (4)$$

式中の t^* は、単位時間当りに $x(t)$ がその平均値 $\bar{x}$ を正の勾配あるいは負の勾配で横断する回数の期待値 ν_0 を用いて、$t^* = \nu_0 t$ で定義される無次元パラメーターである。また $Erf(u) = \int_u^\infty \exp(-p^2)\,dp$ である。

さて式(3)から理解できるように、同式の右辺の定積分の下限が確率量であるため $\nu(t)$ もまた確率量になる。したがって本研究では次式によって新たに $a(t)$ が抵抗力を超過する回数の期待値すなわち強度超過率を定義する。 $\nu(t)=\int_0^{\infty}\nu f_\nu(\nu)d\nu$ ……………… (5)　ここに、$f_\nu(\nu)$ は $\nu(t)$ の確率密度関数であり、陽な形で表わすことはできないが、式(3)と式(4)に基づいて離散的な密度関数として求めることは可能である。

このとき、ある評価時間 t_c にわたって自然風の作用を受ける振動系の初通過破壊確率 $P_f(t_c)$ は、ポアソンの仮定に従って、次式によって近似的に算定することができる。

$$P_f(t_c)=1-P_s(0)\exp\left\{-\int_0^{t_c}\nu(t)dt\right\} \quad \cdots\cdots (6)$$

ここに、$P_s(0)$ は $t=0$ における振動系の非破壊確率を表わしている。

4 許容破壊確率に応じたガスト・レスポンス・ファクターの算定　ここでは振動系に作用する荷重が風荷重のみであるとし、さらに耐風設計が荷重係数設計法の規範に基づいて行われるものとする。このとき設計条件式は、荷重係数 γ_w、ガスト・レスポンス・ファクター G、抵抗係数 ϕ および抵抗力の公称値 S_n により、

$\gamma_w G\bar{x}\leq\phi S_n$ ……………… (7)　で与えられる。ここで式(7)の等号条件が成立する場合の振動系の初通過破壊確率 $P_f(t_c)$ を許容破壊確率 $P_{f,a}$ とすれば、$G=\phi S_n/\gamma_w\bar{x}=\phi\kappa_s\bar{S}_0/\gamma_w\bar{x}=\phi\kappa_s/\gamma_w n$ ……(8)

で与えられるGが許容破壊確率に応じたガスト・レスポンス・ファクターであると考えられる。ここに κ_s は抵抗力の公称値と平均値との比を表わしている。一方 3 で示したように、$P_f(t_c)$ は無次元パラメーター $\bar{m}$, n, δ_s および t_c^* の関数として与えられる。すなわち　$P_f(t_c)=f(\bar{m},n,\delta_s,t_c^*)$ ……………… (9)　したがって式(9)の左辺を所定の $P_{f,a}$ に設定し、ある一組の γ_w, ϕ, κ_s に対して、式(2)、式(8)および式(9)を連立させて解けば許容破壊確率に応じたGを決定することができる。

振動系として固有振動数が 0.1 Hz、減衰定数が 0.002、質量および流れに直面する面積がそれぞれ 105 kg および 1 m² のモデルを想定し、その設置高さZを 10 m とする。また抵抗力の平均値および変動係数をそれぞれ 800 kg·f および 0.2 とし、その確率分布は対数正規分布であるとする。さらに空気密度、風速の鉛直分布を表わすべき指数 α および抗力係数として、それぞれ 0.12 kg·s²/m⁴、1/7 および 1.2 を用いる。一方 γ_w、ϕ および κ_s については、あくまで数値計算における1例としてそれぞれ 1.2、0.85 および 0.7 を用いることにする。高さ10 m における平均風速 V_{10} が 40 m/s の自然風を公称風荷重と仮定して、風の評価時間を10分間としたときのガスト・レスポンス・ファクターを表-1に示す。また表の最下欄に Davenport の定義に従って求めた結果を示しておく。なお図-1は表-1の結果を算出するためのダイアグラムで、実線が $\bar{m}\sim n\sim P_f$ 曲線を、破線が式(2)の関係を表わしている。表より、地表粗度係数 K_r を大きく、かつ許容破壊確率を小さく設定する程、ガスト・レスポンス・ファクターを大きくしなければならないことがわかる。

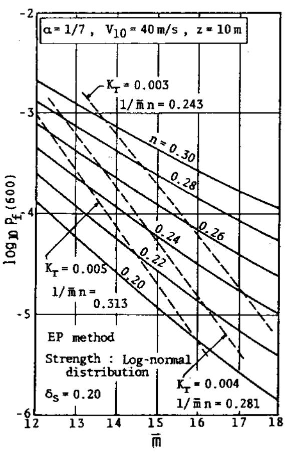

図-1 $\bar{m}\sim n\sim P_f(t_c)$ 曲線

表-1 ガスト・レスポンス・ファクター

δ_s	P_f \ K_r	0.003	0.004	0.005
0.20	10^{-3}	1.63	1.75	1.85
	10^{-4}	1.88	2.02	2.07
	10^{-5}	2.11	2.27	2.41
by Davenport		1.77	1.89	1.99

5 あとがき　本文では自然風を受ける構造物のガスト・レスポンス・ファクターの算定法について述べたが、概念そのものは他の不規則変動荷重に対する一般的なランダム・レスポンス・ファクターを決定する場合にも適用できるものである。

1) Davenport A.G.: Gust Loading Factors, Proc. of the ASCE, Vol. 93, No. ST3, pp. 11~34, June, 1967.
2) 岡内・伊藤・宮田：耐風構造, p.237, 丸善, 1977.　3) 例えば 文献2) の p.218.　4) 日野：瞬間最大値と評価時間の関係－とくに突風率について－、土木学会論文集、第117号, pp. 23~33, 1965年5月.　5) 例えば 文献2) の p.61.
6) 後藤・亀田：構造物の不規則振動における最大応答の確率分布について、京大防災研究所年報, No. 11A, pp. 239~253, 1968年3月.