

曲げ圧縮部材の信頼性解析

鳥取大学工学部 正会員 高田 宣 善
鳥取大学工学部 正会員 白 木 稔
鳥取大学大学院 学生員 奥 野 三 郎

1. まえびき 本研究では、ランダムな軸方向圧縮力と曲げモーメントの作用を同時に受ける曲げ圧縮部材の信頼性解析を行なった。まず、セカント公式を用いて弾性域における曲げ圧縮部材の信頼度の評価式を示し、所要の信頼度のもとでの相関図を描いた。次に、非弾性域についても解析を行ない、その場合の信頼度の評価式ならびに所要の信頼度のもとでの相関図を示した。

2. 曲げ圧縮部材の弾性域における信頼性評価式 図-1に示すような両端ヒンジの曲げ圧縮部材を考える。この場合の曲げ圧縮部材の信頼度を評価するために、式(1)で表わされる強度の余裕とよばれる確率変数 Z を導入する。¹⁾式(1)において、 σ_y :降伏点応力; P :軸方向圧縮力; M :曲げモーメント; A :部材の断面積; γ_e : σ_y, P, M の関数である。ここでは、強度の余裕 Z は σ_y, P, M の3つの不規則なパラメータの関数であると考え、式(1)における関数 γ_e を決定するために、式(2)に示す圧縮部材の近似解析式(セカント公式)²⁾を利用する。式(2)において、 W :部材の断面係数; λ :細長比; E :部材の弾性係数である。いま、部材の最大応力 $\sigma_{\max}$ が降伏点応力 σ_y に達するときの部材の弾性

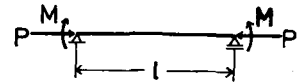


Fig. 1

$$Z = \sigma_y - \frac{P}{\gamma_e(\sigma_y, P, M) A} \quad (1)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} \left\{ 1 + \frac{MA}{PW} \cdot \sec\left(\frac{\lambda}{2} \sqrt{P/E A}\right) \right\} \quad (2)$$

$$\sigma_y = \frac{P}{A} \left\{ 1 + \frac{MA}{PW} \cdot \sec\left(\frac{\lambda}{2} \sqrt{P/E A}\right) \right\} \quad (3)$$

$$\gamma_e = \frac{4(a - \sqrt{a^2 - \mu^2/2})}{\mu^2} \quad (4)$$

$$EEL, \mu = \lambda \sqrt{\sigma_y/E}; a = \sigma_y + \frac{MA}{P W} + 1$$

$$Z = \sigma_y - \frac{P \cdot \mu^2}{4A(a - \sqrt{a^2 - \mu^2/2})} \quad (5)$$

$$\bar{Z} = \bar{\sigma}_y - \frac{P \cdot \bar{\mu}^2}{4A(\bar{a} - \sqrt{\bar{a}^2 - \bar{\mu}^2/2})} \quad (6)$$

$$D_Z = A_1^2 D_{\sigma_y} + A_2^2 D_P + A_3^2 D_M \quad (7)$$

$$EEL, A_1 = 1 - \frac{P \cdot \bar{\lambda}^2}{32AE} \frac{8\bar{a} + \bar{\mu}^2 - (\frac{2\bar{\mu}^2}{\bar{a} - \bar{\mu}})}{\bar{a}(\bar{a} - \bar{\mu})}$$

$$A_2 = \frac{\bar{\mu}^2(\bar{m} - \bar{a})}{4A(\bar{a} - \bar{\mu})\bar{a}}, A_3 = \frac{\bar{\mu}^2}{4\pi(\bar{a} - \bar{\mu})\bar{a}}$$

$$P_3 = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_Z}} \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{(Z - \bar{Z})^2}{2D_Z}\right\} dz \quad (8)$$

$$Q = 1 - P_3 \quad (9)$$

の線形関数である強度の余裕 Z もまた正規確率変数であると考えられる。そうすると、この部材の信頼度 P_3 および破壊確率 Q はそれぞれ式(8)、式(9)で与えられる。両式より、所要の信頼度のもとでの部材の軸方向圧縮力の期待値 $\bar{P}$ および曲げモーメントの期待値 $\bar{M}$ の関係、すなわち、相関図を示すことができる。

3. 曲げ圧縮部材の非弾性域における信頼性評価式 通常、両方書において用いられている曲げ圧縮部材の非弾性域における相関式は式(10)で与えられる。³⁾式(10)において、 P :軸方向圧縮力; M_0 :軸方向圧縮力 P を無視したときの部材の曲げモーメント; M_p :全塑性モーメント; C_m :換算係数である。特に、 P_u は σ_y の条件により式(11)で与えられる。⁴⁾式(10)は軸方向圧縮力および部材端におけるモーメントを同時に受ける場合の式であるが、ここでは図-2に示すような軸方向圧縮力および横荷重を同時に受ける曲げ圧縮部材について考えることにする。この場合相関式(10)は式(11)の

$$\frac{P}{P_u} + \frac{C_m \cdot M_0}{M_p(1 - P/P_e)} \leq 1 \quad (10)$$

$$P_u = \begin{cases} \sigma_y A(1 - 0.25 \frac{A}{P_e} \sigma_y) & \sigma_y \leq 2P_e/A \\ P_e & \sigma_y > 2P_e/A \end{cases} \quad (11)$$

$$\frac{P}{\sigma_y A(1 - 0.25 \frac{A}{P_e} \sigma_y)} + \frac{\delta \cdot P}{\sigma_y(1 - P/P_e)} \leq 1 \quad \sigma_y \leq 2P_e/A \quad (12)$$

$$\frac{P}{P_e} + \frac{\delta \cdot P}{\sigma_y(1 - P/P_e)} \leq 1 \quad \sigma_y > 2P_e/A$$

ように変形できる。式(4)において、 $\beta = r \cdot \lambda^2 / 8 (M_p / Q_g)$ 、 g は横荷重である。

この場合の曲げ圧縮部材の信頼度を評価するために、横荷重 q 、軸方向圧縮力 P および降伏点応力 σ_y の3つを互いに独立な確率変数と考え、安全性の余裕とよばれる新たな確率変数 W_1, W_2 を次式のように定義する。

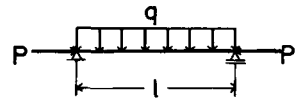


Fig. 2

$$W_1 = 1 - \frac{P}{\sigma_y A (1 - 0.25 \frac{A}{P_E} \sigma_y)} - \frac{\beta \cdot \sigma_y}{\sigma_y (1 - \frac{P}{P_E})} \quad \sigma_y \leq \frac{2P_E}{A} \quad (13)$$

$$W_2 = 1 - \frac{P}{P_E} - \frac{\beta \cdot \sigma_y}{\sigma_y (1 - \frac{P}{P_E})} \quad \sigma_y > \frac{2P_E}{A}$$

安全性の余裕 W_1, W_2 の確率密度は不規則関数の分布法則⁵⁾を用いて次式のように表わされる。

$$f_{W_1}(W_1) = \int_0^{\sigma_y} \int_0^{g_1(\sigma_y, W_1)} h_1(\sigma_y, P, g_1) \left| \frac{d g_1}{d W_1} \right| d P d \sigma_y \quad ; \quad f_{W_2}(W_2) = \int_{\frac{2P_E}{A}}^{\sigma_y} \int_0^{g_2(\sigma_y, W_2)} h_2(\sigma_y, P, g_2) \left| \frac{d g_2}{d W_2} \right| d P d \sigma_y \quad (14)$$

$$\text{ただし、} h_i(\sigma_y, P, g_i) = \frac{1}{2\pi \sqrt{D_P D_{\sigma_y} D_g}} \cdot \exp\left\{-\frac{(P-\bar{P})^2}{2D_P}\right\} \cdot \exp\left\{-\frac{(\sigma_y-\bar{\sigma}_y)^2}{2D_{\sigma_y}}\right\} \cdot \exp\left\{-\frac{(g_i-\bar{g}_i)^2}{2D_g}\right\} \quad (i=1, 2)$$

$$g_1 = \frac{\sigma_y}{\beta} \left(1 - \frac{P}{P_E}\right) \left(1 - \frac{P}{\sigma_y A (1 - 0.25 \frac{A}{P_E} \sigma_y)} - W_1\right) \quad ; \quad g_2 = \frac{\sigma_y}{\beta} \left(1 - \frac{P}{P_E}\right) \left(1 - \frac{P}{P_E} - W_2\right)$$

$$g_1(\sigma_y, W_1) = \sigma_y A (1 - W_1) (1 - 0.25 \frac{A}{P_E} \sigma_y) \quad ; \quad g_2(\sigma_y, W_2) = P_E (1 - W_2)$$

そうすると、この部材の信頼度は安全性の余裕 W_1 が正となる確率と W_2 が正となる確率との和で表わすことができる。すなわち、この曲げ圧縮部材の信頼度は次式で与えられる。

$$P_S = \int_0^1 \int_0^{\sigma_y} \int_0^{g_1(\sigma_y, W_1)} \frac{\sigma_y}{\beta} \left(1 - \frac{P}{P_E}\right) h_1(\sigma_y, P, g_1) d P d \sigma_y d W_1 + \int_0^1 \int_{\frac{2P_E}{A}}^{\sigma_y} \int_0^{g_2(\sigma_y, W_2)} \frac{\sigma_y}{\beta} \left(1 - \frac{P}{P_E}\right) h_2(\sigma_y, P, g_2) d P d \sigma_y d W_2 \quad (15)$$

式(15)を計算することにより所要の信頼度のもとでの曲げ圧縮部材の非弾性域における相関図を示すことができる。

4. 数値計算例および考察 以上示した諸式を用いて数値計算を行なったが、その一例を図-3に示す。図-3は弾性域において、破壊確率 Q を一定としたときの曲げ圧縮部材が耐えうる軸方向圧縮力の期待値 $\bar{P}$ および曲げモーメントの期待値 $\bar{M}$ を求めたものである。図には、道路橋示方書の安全性照査式による計算結果も比較のために示してある。鋼材はSS41、 $300 \times 150 \text{ mm}$ のI形鋼を用い、部材の弾性係数 $E = 2.1 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ 、降伏点応力の期待値 $\bar{\sigma}_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ とした。この図から、部材の破壊確率を小さくするためには部材の耐荷力をどの程度変化させてせればよいかわかる。そして、細長比 $\lambda = 20$ の4本の曲線について考えると、示方書の式は破壊確率 10^{-4} 、 10^{-5} の曲線には含まれている。したがって、我國の示方書における曲げ圧縮部材の設計公式を用いて設計すれば、本研究で示した仮定のもとに得られた信頼性設計式からの推定ではあるが、だいたい $10^{-4} \sim 10^{-5}$ 程度の破壊確率のもとに設計されているものと考えられる。

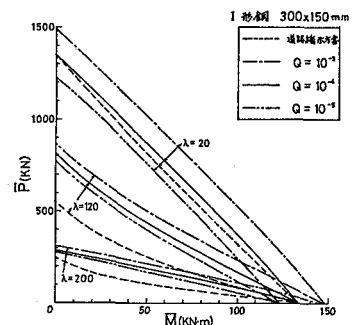


Fig. 3

- 1) C.至.ピチューギン: 鋼製 Beam - Column の信頼性評価, C M P C, pp. 7~11, 1978-6.
- 2) 小西一郎編: 鋼橋・基礎篇 I, 丸善, pp. 570~602, 1977.
- 3) 高田宣善, 星谷勝, 尾坂芳夫編: 新体系工本工学 12 土木構造設計法, 技報堂出版, pp. 37~61, 1981-6.
- 4) Reidar Bjorhørde, Theodore V. Galambos, Mayasandra K. Ravindra: LRFD CRITERIA FOR STEEL BEAM-COLUMNS, Jour. Str. Div, ASCE, pp. 1371~1387, 1978-9.
- 5) 高田宣善: 工学のための応用不規則関数論, 共立出版, 1975.